ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 AVRIL 1918.

PRÉSIDENCE DE M. ED. PERRIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Calcul de deuxième approximation de la poussée-limite exercée sur un mur vertical par un terre-plein à surface libre horizontale.* Note de M. **J. Boussinesq.**

I. Le calcul en première approximation, d'ailleurs très simple, de la poussée dont il s'agit, nous a fait, comme on a vu dans le précédent numéro des *Comptes rendus* (p. 625), substituer fictivement au massif proposé un autre massif de même poids spécifique Π et de même figure, mais dont l'angle de frottement intérieur aurait, au lieu de la valeur constante φ donnée, une valeur variable φ' croissante à l'approche du mur $y = 0$, dans le *coin* sablonneux d'inclinaison $a = \tang\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, avec sa pointe en haut, compris entre le *plan de raccordement* $y = ax$ (au delà duquel $\varphi' = \varphi$) et le mur même $y = 0$, où φ' atteint sa valeur la plus grande Φ. En vue de se rapprocher davantage des conditions réelles, il y a donc lieu de procéder, *pour ce coin de sable seulement*, à une deuxième approximation des trois composantes de pression

$$(1) \qquad N_x = -\Pi\left(x + \frac{d^2\varpi}{dy^2}\right), \qquad T = \Pi\frac{d^2\varpi}{dx\,dy}, \qquad N_y = -\Pi\left(a^2 x + \frac{d^2\varpi}{dx^2}\right);$$

en y prenant comme équation indéfinie en ϖ la relation (9) de ma dernière Note, savoir

$$(2) \qquad \frac{d^2\varpi}{dx^2} - a^2\frac{d^2\varpi}{dy^2} = \frac{1}{x\sin\varphi}\left(\frac{d^2\varpi}{dx\,dy}\right)^2.$$

Et comme, dans celle-ci, le second membre est du deuxième ordre de petitesse, on pourra y remplacer ϖ par sa première valeur approchée $f(y-ax)$ déjà obtenue, valeur donnant, d'après la formule (12) de la même Note, prise avec $\varphi_1 = \varphi$,

$$f''(y-ax) = \frac{\tan\varphi}{1 + a\tan\varphi}(y-ax).$$

Si alors on pose

$$(3) \qquad c = \frac{1}{\sin\varphi}\left(\frac{a\tan\varphi}{1+a\tan\varphi}\right)^2 = \frac{\sin\varphi}{(1+2\sin\varphi)^2}, \qquad F(x,y) = c\frac{(y-ax)^2}{x},$$

l'équation (2) devient

$$(4) \qquad \frac{d^2\varpi}{dx^2} - a^2\frac{d^2\varpi}{dy^2} = F(x,y).$$

La surface libre se trouve remplacée ici par le plan de raccordement $y = ax$, au delà duquel s'annulent les dérivées secondes de ϖ et même, si l'on veut, ϖ avec ses dérivées premières (car les dérivées secondes seules figurent dans N_x, T, N_y). On pourra donc, comme conditions définies s'adjoignant à (4), outre celle de glissement du massif contre le mur et qui consiste à prendre, pour $y = 0$, le rapport de T à $-N_y$ égal à $\tan\varphi$, se donner les relations

$$(5) \qquad (\text{pour } y = ax) \qquad \left(\varpi, \frac{d\varpi}{dx}, \frac{d\varpi}{dy}, \frac{d^2\varpi}{dx^2}, \frac{d^2\varpi}{dx\,dy}, \frac{d^2\varpi}{dy^2}\right) = 0.$$

II. Pour intégrer (4) dans l'intérieur du *coin*, c'est-à-dire entre les deux droites $y = ax$, $y = 0$, il sera commode de substituer aux deux variables x et y les deux paramètres, que j'appellerai u et v, des deux familles de droites $y \pm ax = \text{const.}$, en posant

$$(6) \qquad u = y + ax, \quad v = y - ax; \quad \text{d'où} \quad x = \frac{u-v}{2a}, \quad y = \frac{u+v}{2}.$$

Les formules pour transformer les dérivées partielles seront donc

$$\frac{d}{dx} = a\left(\frac{d}{du} - \frac{d}{dv}\right), \qquad \frac{d}{dy} = \frac{d}{du} + \frac{d}{dv}$$

et

$$\frac{d}{du} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}\frac{d}{dx} + \frac{d}{dy}\right), \qquad \frac{d}{dv} = \frac{1}{2}\left(\frac{-1}{a}\frac{d}{dx} + \frac{d}{dy}\right).$$

Ces deux dernières montrent que les dérivées premières et secondes de ϖ

en u et v s'annulent sur tout le côté $v = 0$ du coin, comme le font, en vertu de (5), ses dérivées en x et y. Quant aux deux précédentes, elles donnent à l'équation (4), divisée par $-4a^2$, la forme

$$(7) \qquad \frac{d^2\varpi}{du\,dv} = -\frac{1}{4a^2}\mathrm{F}\left(\frac{u-v}{2a}, \frac{u+v}{2}\right).$$

Multiplions par dv et intégrons le long des droites $u = \text{const.}$ (qui balaient tout l'espace angulaire considéré), à partir du côté même $v = 0$ où s'annulent ϖ et ses premières dérivées, jusqu'à un point intérieur quelconque du coin. Il viendra

$$(8) \qquad \frac{d\varpi}{du} = \frac{1}{4a^2}\int_v^0 \mathrm{F}\left(\frac{u-v}{2a}, \frac{u+v}{2}\right) dv.$$

Celle-ci, multipliée par du, pourra être intégrée à son tour, le long d'une droite quelconque $v = \text{const.}$, jusqu'à un point (u, v) quelconque du coin, en partant, pour fixer les idées, de la droite $u = 0$ extérieure au massif, mais en ajoutant une fonction arbitraire, $f(v)$, de la variable qui ne change pas durant cette intégration. On n'emploiera d'ailleurs la formule obtenue *que dans le coin même*, où u, v, $u - v$ (c'est-à-dire $2ax$) sont continus et ne donneront lieu qu'à des intégrales finies. Nous aurons donc, avec la fonction arbitraire $f(v)$, à déterminer tout le long du côté $y = 0$ par la condition relative à la paroi,

$$(9) \qquad \varpi = f(v) + \frac{1}{4a^2}\int_0^u du \int_v^0 \mathrm{F}\left(\frac{u-v}{2a}, \frac{u+v}{2}\right) dv.$$

On pourra, une fois effectuée l'intégration double, y réintroduire, grâce aux premières formules (6), les variables x et y.

III. Substituons dans (9), à $\mathrm{F}(x, y)$, l'expression (3); et la formule (9) deviendra, tous calculs faits,

$$(10) \qquad \varpi = f(v) + \frac{c}{6a}\left(u^2 v + \frac{uv^2}{2} - u^3 \log\frac{u}{u-v} + v^3 \log\frac{-v}{u-v}\right),$$

c'est-à-dire, par la réintroduction de x et de y,

$$(11) \quad \varpi = f(y - ax) + \frac{c}{6a} \times \left[(y^2 - a^2x^2)\frac{3y + ax}{2} + (y - ax)^3 \log\frac{ax - y}{2ax} - (y + ax)^3 \log\frac{y + ax}{2ax}\right].$$

Il en résulte, par de doubles différentiations assez laborieuses,

$$(12)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{d^2\varpi}{dx^2} &= a^2 f''(y-ax)+ca\left[\frac{y^2}{ax}-\frac{y+ax}{2}+(y-ax)\log\frac{ax-y}{2ax}-(y+ax)\log\frac{y+ax}{2ax}\right],\\ \frac{d^2\varpi}{dx\,dy} &= -a\, f''(y-ax)-c\left[\quad-\frac{y-ax}{2}+(y-ax)\log\frac{ax-y}{2ax}+(y+ax)\log\frac{y+ax}{2ax}\right],\\ \frac{d^2\varpi}{dy^2} &= f''(y-ax)+\frac{c}{a}\left[\quad\frac{3}{2}(y-ax)+(y-ax)\log\frac{ax-y}{2ax}-(y+ax)\log\frac{y+ax}{2ax}\right]. \end{aligned}\right.$$

On portera donc ces trois dérivées secondes de ϖ dans les formules (1) de N_x, T, N_y, pour avoir les trois composantes cherchées de pression.

IV. Bornons-nous à évaluer celles-ci contre la paroi $y=0$. Les dérivées (12), en désignant par e la base des logarithmes naturels qui figurent dans les formules, s'y réduisent beaucoup et donnent

$$(13)\quad \left\{\begin{aligned} -N_x &= \Pi\left[f''(-ax)+x\left(1+c\log\frac{4}{\sqrt{e^3}}\right)\right],\\ T &= -\Pi a\left[f''(-ax)+x\,\frac{c}{2}\right],\\ -N_y &= \Pi a^2\left[f''(-ax)+x\left(1+c\log\frac{4}{\sqrt{e}}\right)\right]. \end{aligned}\right.$$

Le rapport de T à $-N_x$ devant y égaler $\tan\varphi$, on trouve aisément que cela revient à prendre

$$(14)\quad (\text{pour } y<ax)\qquad f''(y-ax)=\frac{y-ax}{a+\cot\varphi}\left[1+\frac{c}{2a}\left(\cot\varphi+2a\log\frac{4}{\sqrt{e}}\right)\right].$$

La deuxième approximation y a ajouté les termes en c. La fonction $f''(y-ax)$, les dérivées secondes (12) de ϖ et les expressions (1) de N_x, T, N_y s'annulent bien d'ailleurs, comme il le fallait, à la limite $y=ax$ du coin. De plus, N_x, T, N_y sont encore, comme à la première approximation, homogènes du degré 1 en x et y; d'où il suit que, le long d'un même rayon vecteur r, elles sont proportionnelles à r, et ont ainsi leurs rapports mutuels fonction seulement de l'angle polaire θ. Il en est donc de même de l'azimut des pressions principales et de celui des surfaces de rupture, encore homothétiques par rapport à l'origine O.

Les pressions (13) près de la paroi deviennent finalement

$$(15)\qquad (\text{pour } y=0)\qquad \left\{\begin{aligned} -N_x &= \frac{\Pi x}{1+a\,\text{tang}\,\varphi}\left[1-c\left(a\,\text{tang}\,\varphi+\log\frac{e^2}{4}\right)\right],\\ T &= \frac{\Pi x.a^2\,\text{tang}\,\varphi}{1+a\,\text{tang}\,\varphi}\left(1+c\log\frac{4}{e}\right),\\ -N_y &= \frac{\Pi x.a^2}{1+a\,\text{tang}\,\varphi}\left(1+c\log\frac{4}{e}\right). \end{aligned}\right.$$

Comme $-N_y$ désigne la composante normale P de la poussée par unité d'aire, la deuxième approximation multiplie, ainsi qu'on le voit, cette composante par le facteur binome

$$(16)\qquad 1+c\log\frac{4}{e}=1+(-1+\log 4)\,c=1+0,3863\,c$$

et l'accroît de la fraction 0,3863 c de sa première valeur approchée. Notre coefficient k, c'est-à-dire le rapport $\frac{P}{\Pi x}$, devient donc, vu la formule (3) de c,

$$(17)\qquad \begin{aligned} k &= \frac{1-\sin\varphi}{1+2\sin\varphi}\left[1+\left(\log\frac{4}{e}\right)\frac{\sin\varphi}{(1+2\sin\varphi)^2}\right]\\ &= \frac{1-\sin\varphi}{1+2\sin\varphi}\left[1+(0,3863)\frac{\sin\varphi}{(1+2\sin\varphi)^2}\right]. \end{aligned}$$

Le terme qui suit l'unité dans le facteur entre crochets mesure l'utilité de la seconde approximation, puisqu'il exprime le rapport dans lequel cette approximation modifie le résultat cherché; mais ce serait plutôt sa petitesse qui garantirait la rapidité de convergence des approximations successives et leur légitimité.

A cet égard, on voit que ce terme tend vers zéro, assurant ainsi la sécurité de la méthode, pour les petites valeurs de φ. Mais il reçoit ses valeurs les moins petites pour des angles φ de frottement voisins des angles usuels; car il atteint son maximum 0,04829 pour $\varphi=30°$ et décroît ensuite lentement jusqu'à $\varphi=90°$, où il vaut encore 0,04292.

Sa valeur pour $\varphi=45°$ est 0,04686; ce qui porte k, de sa première valeur approchée $k_0=0,01213$, à 0,1270. Pour $\varphi=34°$, cas du sable le plus ordinaire, le même terme correctif devient 0,04813; et k, dont la première approximation était $k_0=0,2081$, s'accroît de 0,01002; ce qui le porte à la valeur $k=0,2181$.

V. Pour juger du degré d'approximation ainsi réalisé, on peut chercher à quel point font varier Φ, dans la relation (6) de ma précédente Note (où Φ est la valeur de φ' contre la paroi $y = 0$), les nouvelles formules (15) des pressions. Or Φ résultait, à une première approximation, de la formule (16) de cette même Note, qui donne immédiatement, pour $\varphi = 45^\circ$, $\Phi = 49^\circ 56',4$ et, pour $\varphi = 34^\circ$, $\Phi = 39^\circ 17',8$, soit des écarts $\Phi - \varphi$ respectifs de $296',4$ et $317',8$.

Le calcul en est beaucoup plus long à la deuxième approximation, où les formules (15) donnent des valeurs de $-N_x$, $-N_y$ et T proportionnelles à

$$\frac{1}{a^2}\,\frac{1-(0,6137+a\operatorname{tang}\varphi)c}{1+(0,3863)c}, \quad 1 \quad \text{et} \quad \operatorname{tang}\varphi,$$

ou bien proportionnelles, en appelant K le premier de ces trois nombres, à

$$(18) \qquad K = \frac{1}{a^2}\,\frac{1-(0,6137+a\operatorname{tang}\varphi)c}{1+(0,3863)c}, \quad 1 \quad \text{et} \quad \operatorname{tang}\varphi,$$

a et c ayant les valeurs $\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)$ et $\frac{\sin\varphi}{(1+2\sin\varphi)^2}$. Il est visible que la formule citée (6) devient

$$(19) \qquad \sin^2\Phi = \left(\frac{K-1}{K+1}\right)^2 + \left(\frac{2\operatorname{tang}\varphi}{K+1}\right)^2.$$

Le calcul donne :

(pour $\varphi = 45^\circ$)	$K = 4,8733$,	$\Phi = 47^\circ 55',2$,	$\Phi - \varphi = 175',2$;
(pour $\varphi = 34^\circ$)	$K = 2,9659$,	$\Phi = 36^\circ 57',3$,	$\Phi - \varphi = 177',3$.

L'écart $\Phi - \varphi$, qui serait nul pour une solution exacte, a décru respectivement, dans le passage de la première approximation à la deuxième, de $296',4$ à $175',2$ et de $317',8$ à $177',3$. La diminution, $121',2$ et $140',5$, est sensible, preuve que la deuxième approximation n'a pas été inutile. Mais elle nous laisse encore loin du but, qui consisterait à annuler l'écart $\Phi - \varphi$.

VI. On pourrait donc tenter une troisième approximation, où l'équation (7) de ma précédente Note, divisée par la quantité entre crochets du

premier membre, prendrait la forme

$$(20)\quad \frac{d^2\varpi}{dx^2} - a^2\frac{d^2\varpi}{dy^2} = \frac{1}{x\sin\varphi}\left(\frac{d^2\varpi}{dx\,dy}\right)^2\left[1 + \frac{1}{(1-a^4)x}\left(\frac{d^2\varpi}{dy^2} - a^2\frac{d^2\varpi}{dx^2}\right)\right],$$

et où, au deuxième membre de celle-ci (20), on substituerait aux trois dérivées secondes de ϖ leurs valeurs (12) ci-dessus, dans lesquelles $f''(y - ax)$ a l'expression (14). Cette équation (20) rentrerait donc encore dans le type (4) ou (7) et admettrait de même l'intégrale (9), mais avec une forme bien plus compliquée pour la fonction explicite $F(x, y)$ et, par suite, avec des dérivées secondes de la nouvelle fonction ϖ bien plus pénibles à évaluer.

Aussi, concluons par une simple application de l'*antique règle de double fausse position* (ou plutôt *supposition*) à notre coefficient k de poussée, en faisant l'hypothèse naturelle que *d'assez petites erreurs sur Φ sont proportionnelles aux erreurs correspondantes sur k.*

Pour $\varphi = 45°$, la première approximation ayant donné

$$k(\text{ou } k_0) = 0,1213, \quad \text{avec un écart} \quad \Phi - \varphi = 296',4,$$

et la seconde ayant augmenté k de 0,00568, pour un décroissement de $121',2$ sur $\Phi - \varphi$, une réduction de $296',4$, qui annulerait l'écart primitif, accroîtrait *proportionnellement* k de

$$0,00568 \times \frac{296',4}{121',2} = 0,0139,$$

et donnerait comme valeur de k, ainsi rendue (pour ainsi dire) *probable*,

$$k = 0,1213 + 0,0139 = 0,1352.$$

On trouve de même comme valeur probable, dans le cas usuel $\varphi = 34°$,

$$k = 0,2081 + 0,0227 = 0,2308.$$

La moyenne des estimations par défaut et par excès les plus resserrées, indiquées dans mes Notes du premier semestre de 1917, nous avait donné à peine un peu plus, savoir $k = 0,1360$ et $k = 0,2309$ [1].

---

(1) Voir, par exemple, aux numéros de janvier, février et mars 1917 des *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, les pages 56 et 76.

PHYSIOLOGIE. — *Influence des injections intra-veineuses de liquides isotoniques sur la dilution du sang et sur le nombre des hématies qui peuvent être perdues dans les hémorragies.* Note [1] de MM. **Charles Richet**, **P. Brodin** et **Fr. Saint-Girons**.

I. Nous avons cherché à déterminer quelle est la proportion des hématies qui peuvent, avant la mort, être perdues par hémorragie, soit quand l'hémorragie est simple, soit quand ont été injectées successivement, après chaque dilution sanguine, des quantités de liquides isotoniques égales aux quantités de sang enlevées.

Les chiens sur lesquels nous avons expérimenté étaient rendus insensibles par l'injection intra-péritonéale de $0^{g},20$ de chlorhydrate de morphine [2].

Nous avons supposé dans tous nos calculs que la quantité de sang normalement contenue dans le corps était le treizième du poids corporel (7,7 pour 100) [3].

II. Nous n'avons arrêté l'expérience que lorsque l'animal ne donnait plus de sang par la carotide largement ouverte.

Voici le résultat d'une première série expérimentale (hémorragie simple) :

Nom des chiens.	Poids initial du sang (en grammes).	Hématies totales (en milliards)			Hématies totales du corps au moment de la mort en supposant égal à 100 le nombre des hématies totales avant hémorragie.
		avant l'hémorragie.	perdues par l'hémorragie.	restant au moment de la mort.	
Epagneul	1540	12243	8679	3564	29
Castor	1300	11492	6154	5338	47
Pollux	1200	9144	5537	3607	39
Diane	1120	7213	5048	2165	30
Minotaure	1075	6547	3746	2801	43
Thésée	940	6552	2967	3585	54
Mistral	820	6183	4365	1818	29
				Moyenne	38

(1) Séance du 15 avril 1918.

(2) Nous n'avons pas voulu employer le chloroforme. Dastre et Loye [*Injection de l'eau salée dans les vaisseaux sanguins* (*Arch. de Physiol. norm. et path.*, 5e série, t. 1, 1889, 253-285)] ont en effet montré que le chloroforme trouble profondément la régulation des injections salines.

(3) Toutefois nous avons quelques raisons de croire, encore que ce soit le chiffre

Ainsi le cœur et la respiration s'arrêtent quand l'animal a perdu 62 pour 100 de ses globules.

On trouve un chiffre différent si c'est par le volume même des soustractions sanguines successives qu'on apprécie la quantité de sang enlevé :

Noms des chiens.	Sang restant dans le corps au moment de la mort. Poids absolu (en grammes).	Pour-cent de la quantité initiale.
Épagneul	370	24
Castor	520	40
Pollux	420	35
Diane	184	16
Minotaure	445	39
Thésée	550	54
Mistral	170	21
	Moyenne	33

Ces nombres ne seraient valables que s'il ne s'était pas fait échanges de liquides entre le sang et les tissus. Or nous verrons qu'on ne peut regarder le système circulatoire comme un système de canaux hermétiques et imperméables.

III. Les résultats sont tout autres encore si l'animal reçoit des injections intra-veineuses de liquides isotoniques. Nous n'étudierons ici que l'effet des injections salées (7 pour 1000 de NaCl, avec ou sans 2 pour 1000 de chloralose).

Les quantités de liquide injecté étaient égales en volume aux quantités de sang enlevé, et successives, comme les soustractions sanguines, de 50^{cm^3}, ou 100^{cm^3}, ou 140^{cm^3}, ou 250^{cm^3}, toutes les demi-heures environ, variant suivant la taille du chien.

L'expérience était réglée de manière à durer 4 ou 5 heures :

---

classique, que cette proportion de $\frac{1}{13}$ est souvent trop forte. Elle est en tout cas extrêmement variable (de 9,1 à 5,5, d'après les classiques), ce qui donne beaucoup d'incertitude aux chiffres absolus que nous apportons ici. Mais cela ne change rien à nos conclusions, puisque pour tous nos chiens, injectés ou non injectés, nous avons constamment adopté la même proportionnalité.

Nom des chiens.	Poids initial du sang (en grammes).	Hématies totales (en milliards) avant l'hémorragie.	perdus par hémorragie.	restant au moment de la mort.	Hématies totales du corps au moment de la mort, en supposant égal à 100 le nombre des hématies totales avant l'hémorragie.
Télémaque..	2850	21635	18900	2735	7,8
Astyanax...	1040	5668	5130	538	9,5
Laerte......	1020	6406	6045	361	5,6
Lycaon.....	960	5933	5528	405	6,8
Mirza......	810	4374	4287	87	2,0
Pénélope....	430	2864	2477	387	13,5

Ainsi apparaît une différence énorme entre les chiens non injectés, qui meurent après avoir perdu 62 pour 100 de leurs globules, tandis que les chiens injectés ne meurent qu'après avoir perdu 92,5 pour 100 de leurs globules.

La quantité de sang perdu peut aussi être prise comme base de calcul.

Mais, sur les chiens injectés, si l'on ne tenait pas compte de la dilution, on arriverait à ce résultat paradoxal que l'animal a perdu plus de sang qu'il n'en avait. Or la seule hypothèse qu'on puisse admettre pour le calcul, hypothèse que d'ailleurs nous démontrerons plus loin être tout à fait fausse, c'est que l'injection de liquide dans les veines se fait comme si le système circulatoire était *vas clausum*, sans échanges endo- ou exosmotiques avec les tissus.

	Sang restant dans le corps au moment de la mort — en ne supposant pas la dilution du liquide sanguin par l'injection. Poids absolu (en grammes).	Pour-cent de la quantité initiale.	en calculant comme si les dilutions successives de sang se faisaient en vase fermé. Poids absolu (en grammes).	Pour-cent de la quantité initiale.
Télémaque.....	0	0	590	22
Astyanax......	—115	—11	300	29
Laerte.........	—217	—21	245	23
Lycan.........	— 80	— 8	305	34
Mirza.........	—280	—36	173	21
Pénélope......	— 83	—19	105	25
			Moyenne.......	27

Or il nous paraît que la méthode par la numération des globules est beaucoup plus exacte que par le calcul du sang enlevé; car, lorsqu'il se fait une injection intra-veineuse, une notable quantité de liquide diffuse dans les espaces interstitiels et dans la lymphe.

Au contraire la numération globulaire donne des résultats irréprochables. Elle précise exactement la quantité restante de globules, autrement dit la quantité résiduelle de *sang globulaire*.

Il est toujours possible, étant donné qu'on opère, pour nombrer les hématies, sur la centième partie de 1^{mm^3} de sang, qu'il y ait quelque erreur systématique; mais cette erreur systématique, si elle existe, ce qui paraît douteux, doit être la même pour les animaux de nos deux séries expérimentales, et cela autorise une conclusion très ferme. L'erreur *nécessaire*, due à l'imparfaite évaluation du poids total de sang, est beaucoup plus grave. Mais nous ne croyons pas qu'elle influe sur nos résultats qui sont essentiellement comparatifs.

Au point de vue de l'intérêt pratique, encore qu'il soit difficile non seulement de conclure rigoureusement de l'animal à l'homme, mais encore d'appliquer à une survie définitive des données qui ne portent que sur la survie immédiate, il nous paraît très intéressant de constater qu'on permet à un organisme de survivre et peut-être de survivre indéfiniment, après une hémorragie abondante, quand on a injecté une solution salée isotonique dans les veines.

IV. Au point de vue physiologique, on peut se demander si l'opinion classique que la mort survient par déficit globulaire est bien exacte, puisqu'un animal meurt avec le même nombre de globules qu'il ait ou non reçu d'injection.

Toutefois cela ne suffit peut-être pas pour écarter sans rémission la théorie classique : car on peut supposer que les tissus (et spécialement les centres nerveux), après l'hydratation intense qu'ils ont subie, sont en état de vie plus ou moins ralentie, de sorte qu'alors leur besoin en oxygène se serait amoindri.

Cette hypothèse n'est pas bien satisfaisante. N'est pas satisfaisante non plus celle qui attribuerait la mort à une spoliation des tissus (nerveux) en eau. Car il faudrait alors supposer, ce qui est peu rationnel, que le mécanisme de la mort diffère selon que l'animal a reçu une injection ou non. S'il a reçu une injection, la mort serait due à un déficit globulaire; s'il n'en a pas reçu, à une déshydratation.

Reste une autre hypothèse : c'est qu'il y a dans les deux cas spoliation d'une ou plusieurs substances nécessaires qui, après toute hémorragie, s'exosmosent des tissus, mais bien plus rapidement quand il n'y a pas d'injection.

Ainsi la cause immédiate de la mort dans l'hémorragie est un problème beaucoup plus complexe qu'on ne serait d'abord tenté de le croire, et mérite-t-elle une étude approfondie. Il est évident d'ailleurs qu'on ne pourra l'aborder qu'après avoir, non apprécié par des moyennes, mais mesuré rigoureusement sur chaque individu la quantité de sang contenue dans le corps.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les tensions de la vapeur saturée des liquides triatomiques.* Note [1] de M. **E. Ariès**.

L'adaptation aux corps triatomiques de la formule

$$\Pi = \tau^{2+n} \frac{Z}{x}, \qquad x = \Gamma \tau^{1+n} \tag{1}$$

n'est pas une chose bien aisée dans l'état actuel de nos connaissances. Les données expérimentales qu'on trouve dans le *Recueil de constantes physiques* (p. 286 à 288), et qu'on peut chercher à exploiter dans ce but, concernent l'acide carbonique, l'acide sulfureux, l'oxyde azoteux, le sulfure de carbone, l'acide sulfhydrique et l'eau ; elles ne fournissent pas les renseignements désirables pour résoudre la question d'une façon précise.

Les observations soignées faites sur l'acide carbonique sont celles qui paraissent les plus propres à la recherche de l'exposant n et de la fonction Γ. Ces observations, qui s'étendent de $-80°$ C. à la température critique, sont dues à trois savants : de $-80°$ à $-34°$, à Cailletet; de $-25°$ à $+5°$, à Regnault confirmées par Behn, en 1900 ; de $0°$ à $31°,35$, à Amagat.

En procédant comme nous l'avons fait pour les corps monoatomiques et diatomiques, on est amené à adopter $\frac{4}{5}$ comme valeur de l'exposant n. Cette valeur portée dans la formule (1) permet d'en déduire, pour chaque température d'observation, la valeur que doit prendre la fonction Γ. Comme pour les corps précédemment étudiés, on doit s'attendre à ce que cette valeur, partant de l'unité à l'état critique, commence par diminuer très légèrement pour aller ensuite en croissant jusqu'aux plus basses tem-

---

(1) Séance du 22 avril 1918.

pératures observées. Il en est bien ainsi d'une façon fort nette sur toute l'étendue des températures explorées par Amagat et par Regnault; mais en descendant vers les températures plus basses, la fonction Γ ne tarderait pas à décroître, d'après les expériences de Cailletet, pour passer au-dessous de l'unité vers la température de $-64^\circ (\tau = 0,68)$. Une semblable allure de la tension de vapeur saturée de l'acide carbonique aux basses températures, en le supposant *pur* et de constitution chimique invariable à l'état liquide comme à l'état de vapeur, est tellement en opposition avec ce que nous avons constaté jusqu'ici et avec ce que montrent d'autres corps triatomiques, le sulfure de carbone par exemple, que nous croyons devoir ranger cette allure insolite dans un des cas d'anomalie indiqués dans notre dernière Note, en sorte que nous n'aurons pas à tabler sur les expériences de Cailletet pour la détermination de la fonction Γ.

En descendant de la température critique vers les températures plus basses, Γ, d'abord légèrement inférieur à l'unité, reprend cette valeur, pour les corps triatomiques, à une température réduite qui paraît devoir être fixée à $\tau = 0,88$. Nous avons vu que cette circonstance se présentait pour $\tau = 0,84$ avec les corps monoatomiques et pour $\tau = 0,86$ avec les corps diatomiques. En laissant à la fonction Γ la forme générale adoptée jusqu'ici les expériences d'Amagat et de Regnault conduisent à poser

$$(2) \qquad \Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,88-\tau)}{0,40(\tau^2+1)}$$

et la formule (1) devient, avec une exactitude remarquable,

$$(3) \qquad \Pi = \tau^{2+\frac{4}{5}} \frac{Z}{x}, \qquad x = \left(1 + \frac{(1-\tau)(0,88-\tau)}{0,40(\tau^2+1)}\right) \tau^{1+\frac{4}{5}}.$$

La tension de la vapeur de l'acide sulfureux a été l'objet de recherches de la part de Regnault de -30° à 60° et, de la part de Sajotchewski, de 50° à 150°. M. E. Briner a donné (1906) une évaluation des constantes critiques de ce corps qui paraît se comporter comme l'acide carbonique. La tension de sa vapeur, dans tout l'intervalle des températures explorées par Sajotchewski, et qui correspond à la partie de l'échelle réduite explorée par Regnault et par Amagat, satisfait à la formule (3) avec une approximation qui pourrait être plus serrée, mais qu'on ne peut considérer comme fortuite.

L'oxyde azoteux donne lieu aux mêmes remarques quand on se reporte aux observations faites de la tension de sa vapeur, de -92° à -34° par

Cailletet (1878), de -25° à 0°, par Regnault (1862), et de 0° à 20° par M. P. Villard (1897), qui avait déjà donné (1894) une évaluation des constantes critiques de ce corps. Les trois séries d'expériences sont loin de s'accorder, les deux dernières manifestement, puisqu'elles viennent se joindre à 0° avec deux estimations très différentes de la tension de vapeur, fixées à $36^{atm},08$ par Regnault et à $30^{atm},75$ seulement par M. P. Villard. La dernière série, qui ne s'étend malheureusement que sur une très petite partie de l'échelle des températures réduites, nous paraît la seule à retenir; elle est d'ailleurs en accord très satisfaisant avec la formule (3).

Les résultats obtenus par l'application de cette formule aux trois corps que nous venons d'examiner sont consignés dans le Tableau ci-contre qui permet de suivre notre discussion et d'apprécier les conclusions que nous croyons pouvoir en tirer, à savoir que, très vraisemblablement, la tension de vapeur des trois corps, en tant que purs, obéit à la loi des états correspondants et s'exprime par une seule et même formule qui ne peut différer notablement de la formule (3), susceptible elle-même de révision.

Le sulfure de carbone serait sans doute venu se ranger à la suite des trois corps précédents sur notre Tableau, si nous avions pu y porter des observations à haute température inspirant toute confiance. Tel n'est pas le cas. Mais il est intéressant de remarquer que les expériences de Regnault (1862), exécutées de -20° à 150°, c'est-à-dire à des températures réduites bien inférieures à celles qui ont pu nous servir pour déterminer les constantes de la formule (3), s'accordent cependant assez convenablement avec cette formule. En effet les tensions réduites, calculées aux températures centigrades de 50°, 100°, 150° (températures réduites de 0,59, de 0,68 et de 0,77) sont respectivement de 0,019, de 0,062 et de 0,161, en adoptant comme constantes critiques celles données par A. Battelli en 1890 (273° pour la température et $72^{atm},87$ pour la pression), alors que les tensions observées par Regnault sont de 0,016, de 0,060 et de 0,164.

Les tensions de vapeur de l'acide sulfhydrique, données par Faraday (1845) et par Regnault (1862) de -73° à 70°, en adoptant les constantes critiques indiquées par MM. Leduc et Sacerdote (1897), sont en complet désaccord avec la formule (3). Nous ne hasarderons aucune explication de ce fait qui se reproduit pour l'eau. Pour ce dernier corps, il était à prévoir. On sait en effet que l'eau à l'état liquide est en général polymérisée. En outre, aux hautes températures, les déterminations de Battelli (1892), poursuivies de 200° jusqu'à l'état critique, ne donnent pas toute sécurité. Elles ne s'accordent pas avec celles faites la même année de 220°

Observateurs.	Température centigrade.	Température réduite.	Tension de la vapeur saturée réduite observée.	Tension de la vapeur saturée réduite calculée.	Tension de la vapeur saturée en atmosphères observ.	Tension de la vapeur saturée en atmosphères calcul.
Acide carbonique ($T_c = 304°,35$; $P_c = 72^{atm},9$).						
Cailletet (1875).	— 50	0,7327	0,0933	0,1061	6,80	7,75
	— 44	0,7524	0,120	0,130	8,72	9,45
	— 40	0,7656	0,141	0,148	10,25	10,76
	— 34	0,7853	0,174	0,179	12,70	12,26
Regnault (1862).	— 25	0,8148	0,235	0,235	17,12	17,12
	— 20	0,8313	0,273	0,272	19,93	19,86
	— 15	0,8477	0,317	0,314	23,14	22,92
	— 10	0,8642	0,367	0,361	26,76	26,30
	— 5	0,8806	0,423	0,413	30,84	30,11
Amagat (1892)	0	0,8970	0,471	0,471	34,30	34,30
	4	0,9101	0,521	0,522	38,00	38,07
	8	0,9233	0,576	0,578	42,00	42,15
	12	0,9364	0,637	0,638	46,40	46,47
	16	0,9495	0,702	0,703	51,20	51,27
	20	0,9627	0,772	0,773	56,30	56,37
	24	0,9759	0,848	0,848	61,80	61,80
	28	0,9890	0,929	0,928	67,70	67,63
	31	0,9989	0,992	0,993	72,30	72,37
Acide sulfureux ($T_c = 430°,2$; $P_c = 78^{atm},0$).						
Regnault et Sajotchewski (moyenne).	50	0,7508	0,106	0,127	8,30	9,93
	60	0,7741	0,140	0,160	10,90	11,46
Sajotchewski (1879).	70	0,7973	0,183	0,200	14,30	15,63
	80	0,8205	0,237	0,247	18,10	18,97
	90	0,8438	0,288	0,303	22,50	23,67
	100	0,8670	0,356	0,369	27,80	28,80
	110	0,8903	0,436	0,447	34,00	34,86
	120	0,9135	0,533	0,536	41,60	41,83
	130	0,9368	0,641	0,640	50,00	49,92
	140	0,9600	0,769	0,758	60,00	59,04
	150	0,9833	0,916	0,893	71,50	69,71
Oxyde azoteux ($T_c = 311°,8$; $P_c = 77^{atm},5$).						
P. Villard (1897).	0	0,8756	0,397	0,396	30,75	30,67
	5	0,8916	0,449	0,451	34,80	34,95
	8	0,9012	0,483	0,487	37,40	37,71
	12	0,9140	0,532	0,538	41,20	41,66
	16	0,9269	0,584	0,594	45,30	46,07
	20	0,9397	0,637	0,653	49,40	50,54

à 270° par Ramsay et Young. A la plus haute de ces températures, la différence des tensions est déjà de 3^{atm} et il reste encore un intervalle de près de 100° pour arriver à la température critique, intervalle qui est justement celui qu'il conviendrait d'utiliser pour contrôler la formule (3). Enfin la valeur de la pression critique fixée à $200^{atm},5$ par Cailletet et Colardeau (1891) et à $194^{atm},6$ par Batelli reste encore fort indécise. Pour toutes ces raisons, on ne pouvait espérer, dans l'état actuel, une vérification de la formule (3) par les tensions jusqu'ici observées de la vapeur d'eau.

M. **Costantin** offre à l'Académie un Ouvrage posthume qui vient de paraître de Noël Bernard, le botaniste bien connu, mort à 36 ans, le 26 janvier 1911. Ce savant éminent a laissé une œuvre importante en voie de rédaction. Ces documents ont été précieusement réunis par sa veuve, et l'*Évolution des plantes* est le premier Ouvrage d'une série qui aura une suite.

Noël Bernard ayant été pendant 8 années élève de M. Costantin à l'École Normale, il a pu suivre son développement intellectuel rapide et si original, aussi Mme Bernard l'a-t-elle prié de retracer, à l'aide de tous les papiers de famille qu'elle a pu lui fournir, la physionomie si intéressante de ce savant qui restera une des gloires de la Biologie française.

L'Ouvrage actuel traite de l'évolution individuelle et la sexualité, de la notion d'espèce, de l'hérédité des variétés, du croisement et enfin de l'évolution dans la symbiose.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

1° Ministère de l'armement et des fabrications de guerre. Direction des inventions, des études et des expériences techniques. *Quelques principes physiologiques pour une politique de ravitaillement*, conférence faite devant la Commission supérieure des inventions, le 13 mars 1918, par Louis Lapicque.

2° *La géologie biologique*, par Stanislas Meunier.

M. le **Ministre du Commerce, de l'Industrie, des Postes et des Télégraphes** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux de ses membres, en vue de la désignation d'un membre de la *Commission technique pour l'unification des cahiers des charges des matériaux de construction autres que les produits métallurgiques*, instituée par décret du 23 avril 1918.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une application de la loi de Gauss à la syphilis*. Note de M. **J. Haag**.

Si les vérifications expérimentales de la loi de Gauss sur des phénomènes d'ordre physique sont assez fréquentes, il semble que les vérifications d'ordre biologique aient été, jusqu'à présent, beaucoup plus rares. Il me paraît donc intéressant de signaler le résultat remarquablement précis que j'ai obtenu, dans ce sens, en étudiant la durée d'incubation de la syphilis.

La base de mon travail a été une statistique d'environ 120 cas, qui m'a été communiquée par MM. les Drs Levy-Bing et Gerbay et qui a été établie par eux, sans aucune espèce d'idée préconçue, avec la seule précaution de ne retenir parmi les milliers de cas dont ils disposaient, que ceux dont les dates de contamination et d'apparition du chancre étaient très bien connues et dont le diagnostic était absolument certain et exempt de toute complication, telle que hérédité, chancre mixte, etc.

Voici la méthode que j'ai suivie pour interpréter cette statistique [1] :

J'ai calculé, pour chaque durée d'incubation x, le pourcentage P des cas dont la durée d'incubation était $\leqq x$. Puis, j'ai construit les points, au nombre de cinquante, de coordonnées (x, P). Au premier coup d'œil, j'ai reconnu qu'ils semblaient dessiner admirablement une courbe de Gauss. J'ai alors calculé la moyenne arithmétique, l'écart moyen et l'écart unitaire de toutes mes durées d'incubation et j'ai trouvé 34,5 comme durée moyenne et 14 comme écart unitaire. J'ai arrondi 34,5 à 34 (ce qui améliorait un peu ma compensation ultérieure) et j'ai construit la courbe

$$(1) \qquad P = \frac{1}{2}\left[1 + \Theta\left(\frac{x-34}{14}\right)\right].$$

[1] Un Mémoire plus détaillé paraîtra dans un autre Recueil.

Elle s'est trouvée passer au milieu de tous mes points expérimentaux avec une approximation inespérée (¹).

Au surplus, j'ai voulu me rendre compte si cette approximation était de même ordre que celle qu'on est en droit d'attendre, *a priori*, en admettant que la loi de Gauss soit rigoureusement applicable au phénomène.

Plaçons-nous en un point particulier $M(x, p)$ de la courbe (1). Sur les n cas que comporte notre statistique, la loi de Gauss en assigne le pourcentage p, de durée d'incubation $\leqq x$. Le pourcentage réellement obtenu est p'. La différence $\varepsilon = p' - p$ représente l'écart du point M avec le point expérimental M'. Or on sait que, si p était véritablement la probabilité assignable à x, la probabilité pour que cet écart soit, *a priori*, inférieur à ε serait

$$(2) \qquad \varpi = \Theta\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{2pq}{n}}}\right), \qquad (q = 1 - p).$$

J'ai calculé cette probabilité pour tous mes points expérimentaux, puis la probabilité $\varpi' = 1 - \varpi$ pour que l'écart ε soit dépassé. J'ai trouvé des nombres ϖ' presque tous supérieurs à $\frac{1}{2}$; leur moyenne est d'ailleurs 0,72.

On peut donc dire que, même si la formule (1) représentait rigoureusement la loi de probabilité du phénomène, une statistique de n cas ne donnerait pas, en général, une compensation meilleure que celle que nous avons obtenue, mais plutôt moins bonne.

Nous pouvons donc conclure que, d'après la statistique des docteurs Levy-Bing et Gerbay, *la durée d'incubation de la syphilis obéit très exactement à la loi de Gauss, la durée moyenne étant de 34 jours et l'écart unitaire de 14 jours.*

Bien entendu, je ne prétends pas qu'une autre statistique ne puisse conduire à des résultats un peu différents. Mais, étant données les sérieuses garanties dont est entourée celle qui m'a servi de base, il y a de fortes chances pour que l'énoncé ci-dessus soit très proche de la réalité.

Ce résultat me paraît présenter un réel intérêt tant au point de vue de la philosophie du Calcul des probabilités qu'au point de vue de son extension possible à d'autres phénomènes biologiques.

(¹) On trouvera cette courbe dans le Recueil précité. Le plus grand écart est de 0,024; la moyenne algébrique de tous les écarts est de —0,001; leur écart moyen est de 0,009.

On peut aussi en tirer des applications du genre de celles-ci :

PROBLÈME I. — *Un individu craint d'avoir été contaminé par un coït dont il connaît la date exacte. Au bout de x jours, il n'a pas encore de chancre. Quelle probabilité a-t-il, à ce moment-là, de ne pas avoir la syphilis ?*

Soit ϖ la probabilité *a priori* pour qu'il soit contaminé [1].

En appliquant la formule de Bayes, on trouve, pour la probabillté demandée,

$$p = \frac{\varpi(1-P)}{1-\varpi P} = \frac{\varpi(1-\Theta)}{2-\varpi(1+\Theta)}.$$

PROBLÈME II. — *Un individu voit apparaître un chancre syphilitique. Il suspecte deux coïts, dont le premier correspondrait à une durée d'incubation comprise entre x_1 et x_2, et le second à une durée d'incubation comprise entre x'_1 et x'_2. Quel est le coït le plus suspect ?*

Soient ϖ et $\varpi' = 1 - \varpi$ les probabilités *a priori* attribuables aux deux coïts; P_1, P_2, P'_1, P'_2 les probabilités données par la formule (1) pour x_1, x_2, x'_1, x'_2. En supposant également probables *a priori* toutes les dates intérieures à chacune des périodes (x_1, x_2) ou (x'_1, x'_2), on trouve que la probabilité *a posteriori* pour le premier coït est

$$p = \frac{\varpi \dfrac{P_2 - P_1}{x_2 - x_1}}{\varpi \dfrac{P_2 - P_1}{x_2 - x_1} + \varpi' \dfrac{P'_2 - P'_1}{x'_2 - x'_1}}.$$

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de la réflexion et de la réfraction par ondes planes périodiques.* Note de M. **Louis Roy**, présentée par M. J. Boussinesq.

La solution classique du problème de la réflexion et de la réfraction par ondes planes périodiques, à la surface séparative plane de deux milieux o

---

[1] Cette probabilité résulte des renseignements plus ou moins vagues qui lui ont amené des inquiétudes. Elle est évidemment difficile à estimer et, de ce fait, le problème ci-dessus a un caractère un peu théorique.

et 1 homogènes et isotropes, contient un appel implicite à l'expérience, en ce sens qu'une onde incidente étant donnée, on admet *a priori* l'existence d'une onde réfléchie et d'une onde réfractée, alors que cette existence devrait, au contraire, ne résulter que de la théorie seule. Pour s'en affranchir, il convient de poser le problème de la façon suivante : Si le milieu o est le siège d'une onde plane d'orientation et de pulsation données, quelles autres ondes doit-on lui associer pour obtenir la solution simple la plus générale correspondante par ondes planes périodiques ? On est ainsi conduit à considérer quatre ondes au lieu de trois, si les deux milieux ne propagent que des ondes d'une seule espèce, et huit ondes au lieu de six, si les deux milieux propagent à la fois des ondes transversales et des ondes longitudinales.

Supposons, pour simplifier, que les deux milieux ne propagent que des ondes transversales et soient, à l'instant t, X, Y, Z, les composantes au point (x, y, z) du vecteur propagé par le milieu o. La solution la plus générale par ondes planes périodiques des équations indéfinies de ce milieu est de la forme

$$(X, Y, Z) = \Sigma(P, Q, R)\, e^{i\omega(t-lx-my-nz)},$$

avec

$$Pl + Qm + Rn = 0, \tag{1}$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = \frac{1}{\varpi^2}, \tag{2}$$

ω étant la pulsation de l'onde d'amplitude (P, Q, R), de paramètres directeurs l, m, n et de vitesse de propagation ϖ, et le signe Σ indiquant la somme d'un nombre quelconque de termes analogues. Dans le cas général d'un milieu absorbant, ϖ est une quantité imaginaire, fonction de la pulsation correspondante ω.

Nous avons de même, comme expressions du vecteur propagé par le milieu 1,

$$(X_1, Y_1, Z_1) = \Sigma(P_1, Q_1, R_1)\, e^{i\omega_1(t-l_1x-m_1y-n_1z)},$$

avec

$$P_1 l_1 + Q_1 m_1 + R_1 n_1 = 0, \tag{3}$$

$$l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = \frac{1}{\varpi_1^2}. \tag{4}$$

Cela posé, prenons pour plan xOy la surface séparative des deux milieux ; les conditions aux limites étant des équations linéaires et homo-

gènes par rapport à X, Y, Z; X_1, Y_1, Z_1 et à leurs dérivées, qui doivent être vérifiées pour $z=0$, fournissent des relations linéaires et homogènes par rapport aux exponentielles

$$e^{i\omega(t-lx-my)}, \quad \ldots, \quad e^{i\omega_1(t-l_1x-m_1y)}, \quad \ldots,$$

qui doivent être satisfaites quels que soient t, x, y. Comme nous ne cherchons que la solution simple la plus générale, toutes ces exponentielles doivent être identiques. Cela exige que toutes les ondes partielles aient même pulsation ω et qu'on ait les relations

$$(5) \qquad l = \ldots = l_1 = \ldots, \qquad m = \ldots = m_1 = \ldots.$$

Alors, en vertu des relations (2) et (4) qui donnent pour n et n_1 les deux seules solutions $\pm n$ et $\pm n_1$, on voit qu'il ne subsiste dans le milieu o que les deux ondes de paramètres directeurs l, m, $\pm n$ et dans le milieu 1 que les deux ondes de paramètres directeurs l_1, m_1, $\pm n_1$. On peut donc dire que si l'un des milieux est le siège d'une onde plane périodique de paramètres directeurs et de pulsation donnés, les expressions

$$(X, Y, Z) = [(P, Q, R)\,e^{-i\omega nz} + (P', Q', R')\,e^{i\omega nz}]\,e^{i\omega(t-lx-my)},$$
$$(X_1, Y_1, Z_1) = [(P_1, Q_1, R_1)\,e^{-i\omega n_1 z} + (P'_1, Q'_1, R'_1)\,e^{i\omega n_1 z}]\,e^{i\omega(t-l_1x-m_1y)},$$

avec, outre les égalités (1), (2), (3) et (4),

$$(6) \qquad P'l + Q'm - R'n = 0, \qquad P'_1 l_1 + Q'_1 m_1 - R'_1 n_1 = 0,$$

représentent la solution simple correspondante la plus générale par ondes planes périodiques, dont le problème de la réflexion et de la réfraction soit susceptible.

Des deux ondes (l, m, $\pm n$) dans le milieu o, l'une, par exemple l'onde (l, m, n), est nécessairement incidente; l'autre (l, m, $-n$) est alors réfléchie. Ce sont les deux ondes incidente et réfléchie de la théorie classique. De même dans le milieu 1, il y a une onde incidente, (l_1, m_1, $-n_1$) par exemple, et une onde réfléchie (l_1, m_1, n_1); l'onde réfléchie (l_1, m_1, n_1) coïncide avec l'onde dite *réfractée* de la théorie classique, mais l'onde incidente (l_1, m_1, $-n_1$) est exclue *a priori* de cette théorie, bien que sa considération s'impose analytiquement au même titre que les trois premières d'après ce qui précède.

D'après les égalités (2), (4) et (5), il suffit de se donner les deux premiers paramètres directeurs de l'une quelconque de ces ondes, pour que

tous les autres soient déterminés sans ambiguïté. Les orientations du plan d'onde et du plan d'absorption de chaque onde, ainsi que sa vitesse effective de propagation et son coefficient d'absorption, se trouvent ainsi complètement déterminés en fonction de ces mêmes éléments relatifs à l'une d'entre elles.

Mais il n'en est plus de même des amplitudes. En vertu des relations de transversalité (1), (3) et (6), l'amplitude de chaque onde ne dépend que de deux paramètres indépendants, ce qui en fait huit en tout. Comme il n'existe que quatre conditions aux limites distinctes, la détermination des amplitudes exige qu'on se donne quatre paramètres, c'est-à-dire les amplitudes de deux ondes quelconques et non pas seulement l'amplitude d'une seule onde. On peut se donner, par exemple, soit les amplitudes incidentes (P, Q, R) et réfléchie (P′, Q′, R′) dans le milieu o, soit les amplitudes incidentes (P, Q, R) et (P'_1, Q'_1, R'_1) dans les deux milieux. Les expressions de (P′, Q′, R′), (P_1, Q_1, R_1) obtenues dans ce dernier cas coïncident alors avec celles des amplitudes réfléchie et réfractée de la théorie classique, quand on y fait (P'_1, Q'_1, R'_1) = o. Cette théorie n'est donc qu'un cas très particulier de la théorie générale; mais il resterait à expliquer pourquoi c'est seulement ce cas particulier qui correspond aux faits expérimentaux.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la résistance de l'étincelle électrique.* Note de M. F. **Beaulard de Lenaizan**, présentée par M. Lippmann.

Dans deux précédentes Communications ([1]), j'ai indiqué une nouvelle méthode, permettant de calculer l'amortissement d'une étincelle électrique oscillante, produite par la décharge d'un condensateur de capacité C, dans un circuit de résistance R, de self-induction L, présentant une coupure de quelques millimètres, à travers laquelle jaillit l'étincelle étudiée. La même méthode permet de déduire, de la valeur de l'amortissement, la résistance de l'étincelle au moyen de relations connues; la résistance ainsi déterminée étant par définition celle d'un conducteur solide qui, substitué à l'étincelle, produirait le même amortissement.

L'intensité du courant oscillatoire est donnée par la relation

$$i = V_0\sqrt{\frac{C}{L}}\,e^{-\frac{R}{2L}t}\sin 2\pi\frac{t}{T};$$

([1]) *Comptes rendus*, t. 133, 1901, p. 336; et t. 134, 1902, p. 90.

on pose

$$\frac{R}{2L} = \alpha, \qquad \delta = \alpha T = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}};$$

α = facteur d'amortissement; δ = décrément logarithmique.

On a aussi

$$v^2 = n \frac{V_0^2}{4\alpha},$$

où v représente la différence de potentiel efficace correspondant à la différence de potentiel périodique

$$V = V_0 e^{-\alpha t} \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

La résistance de l'étincelle est calculée par la relation

$$R = 2 L\alpha = L \frac{n V_0^2}{v^2}.$$

Dans mes expériences, L est resté invariable ($L = 17398^{cm}$), et la capacité variable, mais faible (de $1^{cm},9$ à $7^{cm},5$).

Le Tableau suivant donne les résultats des mesures pour $C = 1^{cm},877$:

Tableau I.

l (longueur de l'étincelle).	α.	R.
mm		ohms
1	841,4	0,0293
2	626,3	0,0218
3	593	0,0206
4	496	0,0173
5	452	0,0157
6	382,6	0,0133
7	340,6	0,0118
8	311,6	0,0108
9	244	0,008
10	201,1	0,007

De ce Tableau il résulte que la résistance de l'étincelle diminue quand la longueur de l'étincelle augmente; c'est bien ce qui a été trouvé, par

d'autres méthodes, pour les étincelles ordinaires courtes, la résistance passant par un minimum, qui dépend de la capacité utilisée; je n'ai pu atteindre ce minimum, car en allongeant l'étincelle, on change bientôt le régime de la décharge, qui cesse d'être oscillante, ainsi qu'on le reconnaît facilement à son changement d'aspect physique. Ce résultat montre que l'on ne peut assimiler la résistance de l'étincelle à une résistance métallique; il y a en effet, en plus de l'élévation de température, une formation d'ions gazeux ou métalliques d'autant plus nombreux que le trajet est plus long, ce qui augmente la conductibilité.

Il faut également remarquer que, à chaque longueur d'étincelle correspond un potentiel de charge différent, et par suite une énergie de charge différente; les expériences ne sont donc pas comparables entre elles, à moins de les ramener à un potentiel de charge V_0 invariable. On a alors le Tableau suivant, où la dernière colonne donne la résistance de l'étincelle ramenée à l'unité de longueur :

Tableau II.

l.	v.	V_0.	R.	$\frac{R}{l}$.
mm			ω	ω
1.........	1,573	16,10	0,0293	0,029
2.........	1,967	27,50	0,0636	0,031
3.........	2,324	38,20	0,116	0,039
4.........	2,700	47,70	0,152	0,038
5.........	3,085	56,30	0,192	0.038
6.........	3,471	64,90	0,216	0,036
7.........	4,048	71,60	0.233	0,033
8.........	4,812	77,00	0,247	0,031
9.........	7,032	81,60	0,218	0,024
10.........	8,043	84,70	0,193	0,019

On voit que, après réduction à une même énergie de charge, la résistance R augmente avec la longueur de l'étincelle, mais que néanmoins la résistance *unitaire* de l'étincelle n'est pas une constante; elle croît d'abord, reste à peu près constante pour les longueurs de 3^{mm} à 5^{mm}, pour diminuer ensuite. On ne peut donc parler de la résistance de l'étincelle, phénomène très complexe, mais d'une pseudo-résistance, définie par le phénomène même qui lui sert de mesure.

MAGNÉTISME. — *État magnétique de quelques terres cuites préhistoriques.* Note de M. **P.-L. Mercanton**, présentée par M. Lippmann.

L'examen magnétométrique des pièces de céramique, qui a donné à Folgheraiter des indications si nettes sur la variation séculaire de l'inclinaison magnétique terrestre aux époques des civilisations grecques, étrusques et romaines, n'a fourni encore que des renseignements contradictoires pour les âges préhistoriques. Par l'application de ladite méthode, dès 1902, à des vases d'argile de la station lacustre de Corcelettes (lac de Neuchâtel), j'avais dû conclure, sous toutes réserves, que l'inclinaison avait été boréale et plutôt forte en Suisse, au *bel âge du bronze*. En 1906, l'examen d'une série de vases bavarois du premier âge du fer (Hallstattien) m'a amené à la même conclusion. Il y avait toutefois des divergences notables d'un objet à l'autre de ces collections, divergences allant même jusqu'à l'inversion du signe de l'aimantation dans la direction base-bouche de la poterie. On pouvait donc songer à de l'instabilité magnétique de la matière qui n'aurait pas conservé intégralement la distribution prise à la cuisson : j'ai pu montrer que la rigidité magnétique de cette céramique, bien cuite, était en réalité très grande et tout à fait rassurante [1].

L'incertitude est bien plus forte sur la vraie position de l'objet lors de sa cuisson, qui se faisait à feu nu. Lors donc qu'on dispose de pièces de figures telles que toute ambiguïté paraisse écartée, il vaut la peine d'appliquer la méthode, au moins qualitativement.

Je viens de le faire sur neuf masses de terre cuite, ayant servi de lest pour leurs filets à des pêcheurs des palafittes suisses et conservées au Musée national, à Zurich. Trois d'entre elles n'ont révélé aucune aimantation à un magnétomètre extrêmement sensible; les six autres ont fourni des indications utilisables. Ce sont des pains d'argile, cuits assez superficiellement, de pâte plutôt grossière, grise ou jaunâtre, friable et salissant les doigts chez quelques-uns, plus dure chez d'autres. La chaleur les a recouverts d'une croûte plus ou moins nette, plus ou moins solide, d'un rouge allant de clair à foncé, avec des plages parfois lustrées, parfois enfumées.

L'un d'eux, à figure de révolution, a un galbe en cloche, avec un sommet

---

[1] Cf. *Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles*, t. 38, 1902; t. 42, 1907; t. 46, 1910, Lausanne, et *Archives de Genève*, mai 1907.

arrondi et une base aplatie; les cinq autres sont en troncs de pyramide, de section carrée, avec des bases larges et bien planes et des sommets arrondis et étroits. Les bases mesurent 8^{cm} à 10^{cm} de côté, les sommets 4^{cm} à 5^{cm}; la hauteur de ces objets varie de $9^{cm},5$ à $13^{cm},5$. Les flancs sont tantôt plans, tantôt bombés. Un trou de suspension, parallèle à la base, traverse chaque pièce, aux $\frac{2}{3}$ de leur hauteur environ.

Deux de ces lests, les nos 1828 et 1829, proviennent de Möringen (lac de Bienne). Il n'est pas possible de préciser s'ils sont de l'âge de la pierre ou de celui du bronze. Tandis que leurs extrémités n'offrent que des traces d'aimantation, leurs flancs en révèlent une très notable dirigée diagonalement d'une arête à l'autre et parallèlement à la base.

Même constatation chez trois autres pièces, les nos 26285, 26286, 26292, trouvées récemment dans le lac, à Zurich, devant le quai des Alpes, et datant de la fin de l'âge du bronze. Chez toutes, l'aimantation parallèle à la base, donc normale à l'axe de figure de la pyramide, est très notable; l'aimantation des extrémités est, au contraire, très faible et indécise.

Enfin la masse en cloche n° 497, de Robenhausen (lac de Pfäffiken), qui date de l'âge de la pierre, a fourni des indications identiques. Si donc tous ces objets ont été cuits en station normale sur leur base, horizontale, et si leur aimantation n'a pas changé, l'*inclinaison magnétique* terrestre a été presque *nulle* aux époques et aux lieux de leur fabrication. Cette constatation a de quoi surprendre, car si les lieux sont rapprochés, les époques paraissent très distantes. D'autre part, si le matériel étudié était magnétiquement instable, on aurait dû le trouver aimanté surtout dans la direction sommet-base des objets et il n'y aurait pas tant d'uniformité dans la distribution transversale de l'aimantation.

Il y a là ample matière à de nouvelles et patientes investigations dans d'autres collections de céramique préhistorique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination des vitesses de refroidissement nécessaires pour réaliser la trempe des aciers au carbone.* Note (1) de M. P. Chevenard, transmise par M. H. Le Chatelier.

Pour tout acier, chauffé à une température θ_c supérieure à celle de la transformation Ac, il existe, d'après les expériences de MM. Portevin et

(1) Séance du 22 avril 1918.

Garvin [1], Dejean [2] et les miennes [3], une vitesse de refroidissement V_0, au delà de laquelle une partie de la transformation Ar″ est rejetée aux basses températures, avec production de martensite : V_0 est *la vitesse maxima de recuit* relative à la température θ_c.

Je me suis proposé, en étendant les recherches à une série d'aciers très purs, à teneurs en carbone échelonnées de 0,2 à 0,8 pour 100, de déterminer, pour les différentes températures de chauffe, dans le diagramme dont l'abscisse est la teneur en carbone et l'ordonnée la vitesse de refroidissement, les courbes qui marquent la limite d'apparition de la martensite.

La méthode utilisée, décrite dans une précédente Note [3], consiste à enregistrer photographiquement, à des intervalles égaux de quelques centièmes de seconde, la courbe de dilatation d'un fil d'acier, préalablement porté au rouge, pendant son refroidissement dans une atmosphère inerte; cette méthode indique, avec une extrême sensibilité, la plus légère manifestation de la transformation Ar″.

Pour réaliser différentes vitesses de refroidissement, on a fait usage de quatre atmosphères de conductibilités thermiques différentes, allant de l'hydrogène pur à l'azote pur. Dans tous les cas, la vitesse de refroidissement, à une température donnée, est sensiblement indépendante de la température initiale de chauffe; elle décroît, en fonction de la température, suivant une loi d'allure parabolique, peu éloignée cependant de la forme linéaire. Enfin, quand on passe de l'hydrogène à l'azote, la vitesse, bien loin de suivre la loi des mélanges, décroît d'abord très rapidement, puis plus lentement pour aboutir au tiers de sa valeur dans l'hydrogène.

	Vitesse de refroidissement en degrés par seconde					
Atmosphère.	à 20°.	à 200°.	à 400°.	à 600°.	à 800°.	à 1000°.
1. Hydrogène.......	0	270	660	1080	1510	1960
2. $\frac{1}{3}$ Az + $\frac{2}{3}$ H.......	0	190	430	690	970	1250
3. $\frac{2}{3}$ Az + $\frac{1}{3}$ H.......	0	»	280	460	650	850
4. Azote...........	0	»	180	310	460	620

D'après ce qui précède, il suffit de connaître la vitesse initiale à partir

---

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 885.
(2) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 182.
(3) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 59.

d'une température θ_c donnée pour pouvoir déterminer la marche des températures au cours du refroidissement, jusqu'au début du phénomène de transformation.

Un fil échantillon étant installé dans l'appareil, et l'atmosphère choisie étant créée, on décrit une série de courbes de refroidissement, en élevant chaque fois la température de chauffage θ_c. Sur le diagramme photographique, on observe d'abord la transformation unique Ar′, puis le rejet, de plus en plus accusé, d'une partie de la transformation Ar″ aux basses températures. Pour préciser la température qui marque le début du rejet, on a tracé des courbes (*fig.* 1 et 2), dont l'abscisse est la température de

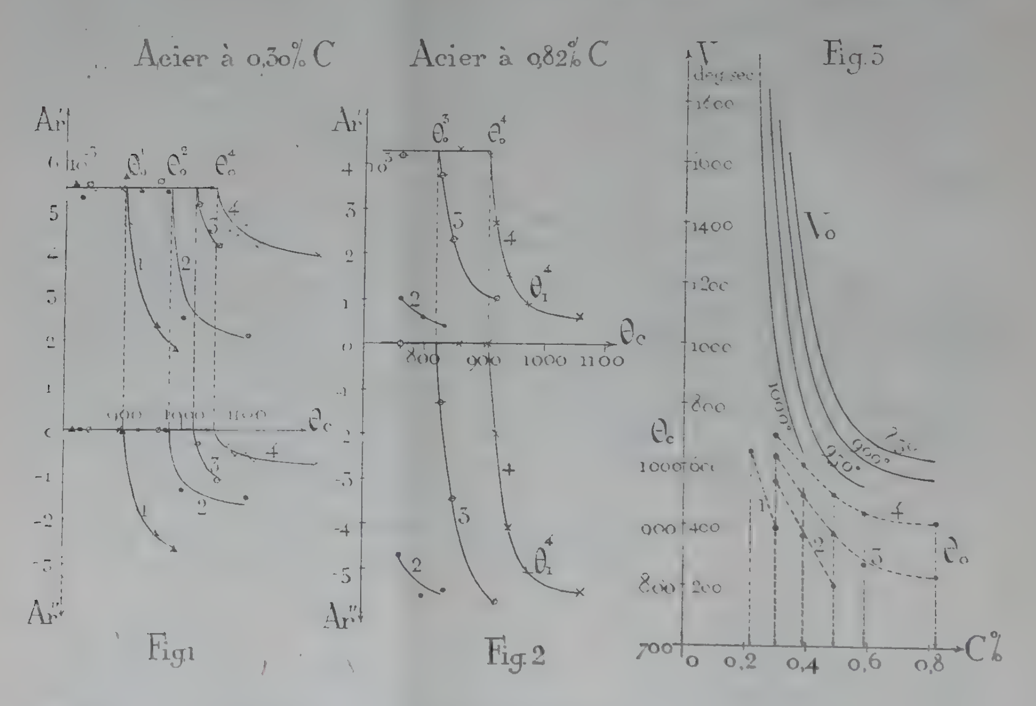


Fig. 1 Fig. 2

chauffe, et l'ordonnée, l'amplitude des crochets de dilatation Ar′ (au-dessus de l'axe) et Ar″ (au-dessous de l'axe). Les courbes marquées 1, 2, 3, 4 correspondent aux quatre modes de refroidissement définis ci-dessus.

Tant que la température de transformation à la chauffe est peu dépassée, Ar′ conserve une amplitude à peu près constante, et Ar″ est nul; puis, θ_c s'élevant, Ar″ apparaît et croît d'abord rapidement, tandis que Ar′ décroît; les courbes se détachent brusquement de leur direction primitive

horizontale et déterminent ainsi, avec netteté, la température *maxima de recuit* θ_0 relative à chaque mode de refroidissement; enfin, θ_c continuant à croître, les courbes s'infléchissent et semblent admettre des asymptotes horizontales.

1° En rassemblant les résultats obtenus sur les divers aciers, on a pu tracer, dans la figure 3, les courbes qui relient, pour chaque mode de refroidissement, θ_0 à la teneur en carbone (courbes pointillées); puis, à l'aide des données contenues dans ces courbes et le tableau des vitesses, on a déterminé les courbes V_0 qui expriment, pour les températures de chauffe échelonnées de 850° à 1000°, *la variation de la vitesse maxima de recuit en fonction de la teneur en carbone*.

L'aire du diagramme située au-dessous des courbes correspond à l'état recuit, c'est-à-dire à la *perlite;* quand on franchit une courbe, dans le sens des vitesses croissantes, la trempe commence et la *martensite* apparaît au milieu de la *troostite;* au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la courbe, la martensite s'accroît au détriment de la troostite.

Quand la teneur en carbone décroît, à partir de 0,8 pour 100, la vitesse maxima de recuit relative à une température θ_c donnée croît d'abord lentement; mais, au-dessous de 0,5 pour 100 de carbone, elle s'élève avec une extrême rapidité. On prévoit ainsi l'impossibilité d'abaisser, par simple refroidissement, d'une manière notable, la température de transformation du fer pur.

2° Dans les aciers très carburés (*fig.* 2), Ar′ tombe rapidement à une très faible valeur quand θ_c s'élève : on peut, par suite, définir *pratiquement*, pour un mode de refroidissement donné, une *température minima de trempe complète* θ_1. Mais quand la teneur en carbone est faible (*fig.* 1), Ar′ et Ar″ tendent assez lentement vers des limites distinctes suivant le mode de refroidissement; on a ainsi, pour chaque vitesse de refroidissement, une *intensité maxima de trempe* d'autant plus grande que cette vitesse est plus élevée.

En d'autres termes, au point de vue de l'efficacité de la trempe, une vitesse de refroidissement insuffisante peut être compensée, dans une certaine mesure, par une élévation de la température de chauffe; mais cette compensation est d'autant moins possible que la teneur en carbone est plus faible.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le sulfate double de soude et d'ammoniaque.* Note de MM. C. **Matignon** et F. **Meyer**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

I. *Thermochimie.* — Le sulfate double $SO^4Na^2.SO^4Am^2.4H^2O$, employé pour ces recherches, a été préparé en suivant les indications de Smith [1]. Nous en avons déterminé la chaleur de dissolution vers 15°; en la rapportant à la molécule précédente (346^g), nous avons obtenu :

Échantillon I.

	Cal
14°..	—13,03
15..	—13,05

Échantillon II.

16..	—12,93
16..	—12,97
Moyenne......	13,00

Les solutions de sulfate de sodium et de sulfate d'ammoniaque, à cet état de dilution, ne donnent lieu à aucun phénomène thermique sensible, quand on les mélange. En tenant compte de ce fait et de la connaissance des chaleurs de dissolution du sulfate d'ammoniaque, des sulfates de soude anhydre et hydraté, $-2^{Cal},4$, $+0^{Cal},44$, $-18^{Cal},2$, on en déduit les chaleurs de formation du sel double :

$$SO^4Am^2_{sol.} + SO^4Na^2_{sol.} + 4H^2O_{liq.} = SO^4Na^2.SO^4Am^2.4H^2O_{sol.} + 11^{Cal},04;$$
$$SO^4Am^2_{sol.} + SO^4Na^2_{sol.} + 4H^2O_{sol.} = SO^4Na^2.SO^4Am^2.4H^2O_{sol.} + 5^{Cal},54;$$
$$SO^4Am^2_{sol.} + SO^4Na^2.10H^2O_{sol.} = SO^4Na^2.SO^4Am^2.4H^2O_{sol.} + 6H^2O_{liq.} - 7^{Cal},6.$$

II. *Solubilité.* — Le sel double est stable en présence de sa solution saturée entre les limites extrêmes de température 20° et 42°, car l'étude de la solubilité nous a montré que la phase liquide possède des concentrations moléculaires équivalentes en sulfate de soude et sulfate d'ammoniaque dans ce secteur de températures. En dehors de ce secteur, le sel se décompose

(1) *Journ. Soc. Chem. Ind.*, t. 15, 1896, p. 3.

partiellement, une nouvelle phase solide apparaît et le rapport des concentrations des deux sels, dans la phase liquide, se modifie.

Voici quelques points de la courbe de solubilité, les concentrations salines étant définies en centièmes de molécule dissoute dans 100g de solution :

T.	SO^4Am^2.	SO^4Na^2.
20°	13,76	13,76
21	13,58	13,67
28	14,59	14,44
35	15,11	15,15
42	16,0	16,0

Au-dessous de 20°, en partant du sel double seul, nous avons trouvé, par exemple :

T.	SO^4Am^2.	SO^4Na^2.
14°	16,36	10,46
11	17,70	9,05
10	18,47	8,22

La courbe de solubilité résulte de l'intersection de la surface, représentant les états d'équilibre de la solution en présence de la phase solide, sel double, avec le plan bissecteur du dièdre passant par l'axe des températures (les concentrations de la phase liquide étant définies comme il est dit plus haut); c'est ce que nous avons vérifié.

III. *Région de stabilité.* — L'étude de l'équilibre dans le système ternaire (eau, sulfate de soude, sulfate d'ammoniaque) que nous avons faite précédemment ([1]) nous a permis de préciser les conditions de stabilité de ce sel et par suite de définir exactement ses différents modes de préparation.

On obtiendra d'abord ce sel en évaporant une solution contenant molécules égales des deux sels générateurs à température comprise entre 20° et 42°.

On pourra cependant préparer ce même sel dans un intervalle de température plus étendu, depuis — 19°,5 jusqu'à 59°, températures extrêmes entre lesquelles s'étend la nappe de l'équilibre de la solution avec la phase solide, sel double.

([1]) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 787, et t. 166, 1918, p. 115.

Soit à préparer le sel double à la température de 15°; la nappe précédente est coupée, par le plan isotherme 15°, suivant une courbe RS dont les coordonnées extrêmes sont les suivantes :

	SO^4Am^2.	SO^4Na^2.
R........................	29,0	4,8
S........................	16,0	11,4

Nous dissolvons les deux sulfates dans les proportions relatives correspondant au point S, puis nous laissons évaporer; le sel double commence à se déposer quand les concentrations atteignent celles du point S, le point figuratif représentant les états successifs de la solution se déplace ensuite progressivement sur l'isotherme SR pendant que le sel double continue à se déposer. Il faut arrêter l'opération au plus tard quand on atteint le point R.

On peut calculer *a priori* la quantité de sel double maximum qu'il sera théoriquement possible d'isoler. En opérant avec 16 centi-molécules de SO^4Am^2 et 11,4 centi-molécules de SO^4Na^2, c'est-à-dire $21^g,12$ et $17^g,19$ de ces deux sels, un petit calcul élémentaire montre qu'on pourrait préparer à 15° au maximum $31^g,2$ de sel double. Dans la pratique il faudrait séparer les cristaux avant d'atteindre ce poids.

GÉOLOGIE. — *Sur les mouvements épirogéniques pendant le Quaternaire à l'Algarve (Portugal).* Note de M. **Pereira de Sousa**.

J'ai présenté récemment à l'Académie une Note sur les derniers macrosismes de l'Algarve [1], dans laquelle j'ai montré quelques effets de la transgression marine sur cette région du Portugal.

Toutefois, il faut signaler que, avant ce mouvement, il y a eu, même dans le Quaternaire, un mouvement contraire d'émersion, qui semble encore aujourd'hui être le phénomène dominant tout le long de la côte portugaise [2].

---

[1] *Sur les macrosismes de l'Algarve (sud du Portugal) de 1911 à 1914* (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 808. Il faut, dans cette Note, au lieu de *détruites par un raz de marée*, lire *détruites par la transgression marine*.

[2] P. Choffat et G.-F. Dollfus, *Quelques cordons littoraux marins du Pléistocène du Portugal.* — P. Choffat, *Preuves du déplacement de la ligne du rivage de l'Océan* (*Com. da Comissão do S. Géol. de Portugal*, t. 6, fasc. 1, p. 158 et 174).

Les cours d'eau de l'Algarve sont généralement profondément entaillés. Ce sont quelquefois des petits canyons, comme la rivière de Benaçoitão et la rivière de Budens, près de Sagres, montrant que le changement de niveau de base a déterminé le creusement des vallées et a donné lieu à plusieurs terrasses d'alluvions. Ces vallées sont appelées *barrancos*.

La mer transporte une grande quantité de sables, qui peu à peu comblent les échancrures de la côte et forment, dans l'Algarve oriental, un cordon d'îles qui se prolonge vers l'Est. Dans son mouvement de régression, laissant à découvert une certaine étendue de plages, elle a déterminé la formation de dunes qui barrent les embouchures des rivières, donnant quelquefois naissance à des lagunes (lagune de Armação de Pera, etc.).

Il me semble que les pluies devaient être anciennement plus fréquentes dans l'Algarve, car quelques historiens racontent que les Cynètes habitaient les forêts de l'Algarve, avant la domination romaine, et aujourd'hui ce pays est très peu boisé.

La diminution des pluies, ainsi que la fermeture des embouchures des cours d'eau, empêchant l'entrée de la mer, ont déterminé la mort ou la décadence de différentes rivières et même la disparition d'anciennes lagunes. Comme conséquence, le littoral de l'Algarve est encombré d'alluvions, quelquefois encore un peu salées, et ces terrains sont appelés *sapais*.

La décadence des fleuves a déterminé la ruine de quelques villes intérieures situées sur leur cours. Près de Faro existe un cours d'eau, le Rio Secco (fleuve sec), qui passe près d'Estoy, où se trouvent les ruines d'une importante ville romaine, qui, selon certains archéologues, devait être Ossonoba. Il faut remarquer qu'à l'embouchure de ce fleuve existe une grande extension de sables marins, traversés par d'étroits canaux.

Comme preuve incontestable de ce mouvement de régression marine, il existe, sur la côte occidentale de l'Algarve, des restes d'une plage soulevée, visibles sur les falaises au nord du cap Saint-Vincent, près de la Fóz do Telheiro. Ces falaises, qui ont environ 30^m à 40^m de hauteur, sont constituées à leur partie inférieure par des schistes du Culm et des grès et marnes des couches de Silves (Triasique et Infralias), ou seulement par cette formation. Sur ce terrain repose une couche constituée de cailloux roulés, empruntés aux roches sous-jacentes et aux roches éruptives de la région, et mélangées avec un sable argileux, jaune, très fin, indiquant une ancienne ligne de rivage. Puis vient une autre couche de grès rouge, jaunâtre, ferrugineux, à ciment argileux, contenant parfois des galets de quartzites roulés, de différentes tailles. On l'a considérée comme pliocène, ce qui semble

indiquer qu'il y a eu peut-être à cette époque, dans la région, un mouvement de transgression marine. Au-dessus de cette formation on rencontre encore un grès d'un blanc rougeâtre, plus clair et plus dur que le précédent et constitué par des sables siliceux, liés par un ciment calcaire, grès qui parfois sert aussi de ciment à un conglomérat formé de galets de calcaires, plus ou moins arrondis et contenant aussi des fossiles roulés de l'Helvétien et des coquilles marines brisées. Enfin, dans la partie supérieure de la série, il existe des grès jaunâtres avec coquilles terrestres, qu'on peut envisager comme d'anciennes dunes consolidées, formées peut-être à l'époque où la mer atteignait le bord supérieur des falaises.

Par conséquent, après la transgression pliocène, il y a eu, sur la côte occidentale de l'Algarve, un mouvement d'émersion qui paraît continuer encore. En effet, au nord de ces dépôts, existent deux rivières, l'Aljezur et l'Odeseixe, qui sont presque mortes. Au XVIIIe siècle, l'une d'elles permettait encore l'entrée de petits bateaux jusqu'à Odeseixe; aujourd'hui la navigation y est impossible. De même la marée arrivait encore à l'Aljezur au XVIIe siècle, comme en témoigne la grande quantité d'alluvions qui existent près de cette ville, ainsi que des restes de quais, etc. Les alluvions se prolongent même jusqu'au hameau du Vidigal, où existent les ruines d'un important village.

Sur la côte méridionale de l'Algarve j'ai pu observer à marée basse, à l'embouchure du *barranco* de Budens, au-dessous du sable de la plage, une mosaïque, constituée par des pierres de différentes couleurs et caractéristique de la civilisation lusitano-romaine. Lors du raz de marée du tremblement de terre de 1755, on a découvert dans les ruines une monnaie de cuivre à l'effigie de Néron (¹) et l'on a pu reconnaître l'existence d'un grand village. Le niveau de la mer s'est probablement élevé d'environ 4^m.

A la rivière de Budens se lie, près de son embouchure, la rivière d'Almadena; elles sont toutes les deux encombrées d'alluvions et ne présentent plus aujourd'hui qu'un mince filet d'eau. Avec le mouvement d'émersion il s'était formé, à l'embouchure, une plage qui a permis l'établissement d'un village romain, avec des murailles, dont il existe encore des vestiges du côté de la terre. Un mouvement en sens contraire s'est produit ensuite, permettant à la mer de reconquérir les terrains qu'elle avait abandonnés précédemment. En même temps elle a détruit les falaises, constituées en

---

(¹) João Baptista da Silva Lisboa, *Corografia do Reino do Algarve*, 1841, p. 222.

général par des calcaires durs, et a pénétré dans les crevasses des rochers, avec une telle intensité et en s'élevant à une hauteur telle, que le peuple a appliqué le nom de *volcans* aux trous circulaires plus ou moins éloignés de la ligne de rivage où elle monte avec fracas.

En différents points de la côte méridionale de l'Algarve, on voit ainsi la mer rentrer en possession des terrains qu'elle avait précédemment abandonnés.

Par conséquent, on peut constater dans le Quaternaire de la côte méridionale de l'Algarve, un grand mouvement d'émersion, suivi d'un mouvement de submersion, qui a commencé postérieurement à la domination romaine, et antérieur au XVIIIe siècle; mais, sur la côte occidentale, il semble que le mouvement d'émersion continue encore.

On ne peut pas expliquer ces mouvements de sens contraire que l'on constate sur les deux côtés de l'Algarve ni par les *mouvements eustatiques* de Suess, produits par l'abaissement et le relèvement général de la surface des mers, ni par des circonstances locales.

Il me semble que seuls les mouvements épirogéniques peuvent déterminer les mouvements en sens contraire sur les deux côtes. Celles-ci font partie de morceaux différents de la marqueterie terrestre, suivant l'expression d'Albert de Lapparent, séparés par des failles, et de cette manière elles peuvent avoir des mouvements différents, qui sont seulement sensibles sur les côtes. Toutefois l'église de Budens, assise sur une de ces failles, a été construite à peu près en 1758 et réédifiée il y a 40 ans; aujourd'hui elle est de nouveau endommagée, présentant des fissures. Ces mouvements produisent de temps en temps des macrosismes.

PALÉONTOLOGIE. — *Les* Archæocyatidæ *de la Sierra de Córdoba* (*Espagne*). Note (¹) de M. **Eduardo Hernandez-Pacheco.**

Les Archæocyatides sont, à plusieurs points de vue, les fossiles les plus intéressants du Cambrien : 1° parce qu'étant donné qu'ils constituent des organismes marins fixés au fond de la mer dans les zones côtières, ils servent à établir les traits fondamentaux de la distribution des terres et des mers dans les débuts des temps paléozoïques; 2° parce que l'uniformité du groupe,

(¹) Séance du 11 mars 1918.

localisé dans la période cambrienne, permet de fixer le synchronisme de dépôts situés dans des points du globe très distants les uns des autres, à des latitudes très écartées qui correspondent à des continents distincts et même à l'un et à l'autre hémisphère.

Parmi les gisements connus de ces curieux fossiles on peut citer les suivants: trois dans l'Amérique du Nord, un en Sibérie, un autre en Australie et quatre en Europe répartis en Écosse, Montagne Noire, Sardaigne et El Pedroso (Séville) connu par un seul exemplaire. Il faut ajouter, en outre, l'important gisement de la sierra de Córdoba qui fait l'objet de cette Note. Ce gisement est non seulement riche en exemplaires, mais aussi en espèces, dont plusieurs correspondent aux deux genres caractéristiques du groupe *Archæocyathus* et *Coscinocyathus*.

Dans le premier de ces genres rentre une nouvelle espèce que je désigne sous le nom d'*Archæocyathus Navarroi* Hern.-Pach., et que je dédie à M. Fernandez Navarro, professeur de l'Université de Madrid, comme légitime hommage à ses nombreux travaux sur la Géologie espagnole. *Cette espèce se caractérise par sa forme conique allongée, d'une longueur de* 4^{cm} *à* 8^{cm} ; *d'un diamètre variant de* 1^{cm} *à* 3^{cm} *dans la partie la plus large ; cloisons radiales jusqu'à* 1^{mm} *qui vont en s'amincissant de l'intérieur à l'extérieur; muraille externe perforée par de menus pores, en contact entre eux, d'un diamètre mesurant un tiers de millimètre environ, et muraille interne perforée par de gros pores ronds, de* 1^{mm} *de diamètre ; à chaque espace intersectal correspond une rangée verticale de pores en contact les uns avec les autres.*

L'une des espèces les plus abondantes du gisement cordouan appartient à un genre nouveau.

En étudiant les espèces du gisement de Sardaigne décrites par Bornemann dans sa monographie de 1891, j'ai remarqué qu'un fragment d'exemplaire en très mauvais état de conservation et dont il reproduit diverses coupes (planches 42 et 43), présente de grandes analogies avec les exemplaires dont je parle et qui, à Cordoue, sont extraordinairement abondants et en parfait état de conservation. On peut parfaitement apprécier, surtout dans la photographie de la planche 42 et dans la figure 6 de la planche 43, les cloisons transversales que j'ai signalées ci-dessus; d'où il s'ensuit, à mon avis, que si Bornemann assigne d'autres caractères à son espèce, c'est sans doute à cause de l'état défectueux et altéré de son unique exemplaire.

Cela me fait supposer que l'exemplaire de Sardaigne correspond au même genre que ceux que je viens de signaler dans le gisement de Cordoue, et, par

conséquent, pour ne point compliquer la question de la synonymie, malheureusement déjà si embrouillée, j'accepte pour mes exemplaires la dénomination du genre créé par Bornemann sous le nom de *Dictyocyathus*, qui convient parfaitement à la structure en forme de filet que présente la zone externe des exemplaires de Cordoue, tout en établissant pour ceux-ci une nouvelle espèce que j'appelle *Dictyocyathus Sampelayanus* Hern.-Pach., et que je dédie au jeune géologue de l'Institut géologique de Madrid, M. Hernandez Sampelayo, qui a collaboré à l'étude des terrains cambriens et siluriens du nord de l'Espagne.

Ces exemplaires sont caractérisés par leur forme cylindrique ou conique-allongée, avec cloisons radiales sinueuses et perforées par des pores fins, cloisons enlacées irrégulièrement par d'autres plus petites, obliques ou transversales, en petit nombre et espacées, et qui ne font qu'unir une cloison avec l'immédiate, sans passer aux cloisons latérales. Toutes ces cloisons radiales et transversales deviennent de plus en plus irrégulières vers la périphérie, donnant lieu à une trame irrégulière de fines parois isolées par de petits espaces, de telle façon que dans les sections de la zone externe des exemplaires elles offrent l'aspect de la trame d'un filet à mailles irrégulières. La muraille interne est perforée par des pores fins et serrés, comme dans le genre Archæocyathus.

La question relative à la signification biologique de ces organismes et à la place qu'ils doivent occuper dans le système zoologique a donné lieu à bien des débats. Les opinions sont à ce sujet aussi diverses que le nombre de géologues qui s'en sont occupés.

Pour Billings, qui a découvert le groupe, ce sont des Spongiaires; pour Dawson, de grands Foraminifères. Rœmer, en étudiant l'exemplaire de Séville, les considéra comme occupant une position douteuse dans le groupe, mais présentant des affinités avec les Foraminifères, et les dénomma *Réceptaculitides*.

Bornemann, sans toutefois manifester clairement son opinion, suppose que les Archæocyatides offrent de grandes affinités avec certains Spongiaires calcaires du groupe des *Pharetrones*, et les considère comme formant un groupe spécial d'organisation voisine de celle des Cœlentérés les plus élevés.

Eduard von Toll, qui étudia ceux de Sibérie, suppose que ces organismes énigmatiques ne sont autre chose que des Algues chlorofícées de la famille des Siphonées.

Bergeron les considère comme un groupe de coraux complètement éteint. Walcott croit que ce sont des Spongiaires. Hinde dit que ce sont des

éponges lithistides et il en fait rentrer d'autres dans le groupe des Zoantaires sclérodermatides. D'après Meek, les exemplaires dont il a fait l'étude sont de vrais coraux.

Enfin, Douvillé, dans son travail publié en 1914 sous le titre *Les Spongiaires primitifs*, pense que les Archæocyatides, d'après les exemplaires australiens remis par Howchin, doivent être considérés comme des Spongiaires inférieurs.

Quant à moi, ayant sous les yeux les nombreux exemplaires de Cordoue et les comparant à ceux représentés dans les travaux des auteurs ci-dessus mentionnés, je considère que, tout en rejetant les opinions que personne ne soutient plus actuellement de considérer ces organismes comme des Algues ou comme des Protozaires, on ne doit pas non plus supposer qu'il s'agisse là de Cœlentérés, car cette opinion est insoutenable pour les espèces sans cloisons radiales, et quant à celles qui en sont dotées, on voit que ces cloisons ne gardent aucun rapport, ni quant au nombre ni quant au développement, sinon qu'elles sont complètement irrégulières dans leur nombre et leur disposition relative, contrairement à ce qu'on observe dans les Cœlentérés.

On ne saurait davantage les faire rentrer franchement dans les Spongiaires, en raison de leur manque de spicules. Cependant, comme leur faciès général et leurs principaux caractères sont ceux d'un Spongiaire, j'estime qu'on doit considérer ces êtres, qui apparurent et disparurent totalement durant le cours de l'époque cambrienne, comme constituant un groupe voisin des éponges.

GÉOPHYSIQUE. — *A propos de l'écorce sédimentaire*. Note de M. **Adrien Guébhard**, présentée par M. H. Douvillé.

Traitant de la sédimentation, les meilleurs ouvrages ne voient guère au delà des causes météoriques actuelles, hydriques ou éoliennes, chimiques ou vitales. Il a fallu que M. E. Belot (¹) fît allusion à des pluies alcalines survenues entre 800° et 700° pour que M. H. Douvillé (²) rappelât que cette remarque avait fait partie longtemps de son enseignement public à l'École des Mines. Or c'est toute une ère nouvelle dont s'ouvrent ainsi

(¹) *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 89.
(²) *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 221.

rétroactivement les perspectives, car il est bien certain que ni la formation de la première croûte de scories, que M. Douvillé fixe vers 1850°, ni son renforcement inférieur et son craquèlement consécutif, que j'attribue à la solidification foisonnante du Fer, vers 1500°, ne durent interrompre la série des condensations atmosphériques, simplement empêchées dorénavant de rejoindre le magma et forcées d'accumuler leurs sédiments dans les cannelures géosynclinales. Si les données physiques manquent (¹) pour préciser l'ordre de ces dégorgements liquides, elles suffisent cependant pour montrer le déluge alcalin vers 800°, et le déluge aqueux après 365°, comme de simples grands épisodes, avant l'abaissement des températures et pressions jusqu'à l'état de stabilisation (²) qui permit enfin l'avènement de la vie (³).

Pour ce laps énorme des temps sédimentaires, dont les formations, seules vraiment *exogènes* et nécessairement *azoïques*, sont présentement réunies avec la partie simplement *agnotozoïque* de l'Archéen, ne conviendrait-il pas de faire une coupure et d'envisager, avant l'ère *paléozoïque* classique, une ère, au lieu d'une simple époque, franchement *azoïque*, ère *de transition* (ou *intermédiaire*, si l'on ne veut faire revivre, dans un sens nouveau,

---

(¹) Connût-on tous les points critiques, au lieu de quelques-uns seulement, et l'ignorance de la loi du décroissement des pressions en fonction du dégorgement de l'atmosphère ferait obstacle encore à tout essai de départ, entre les corps dont la chute à l'état liquide a eu lieu avant ou après l'occlusion du magma. Si l'on se rapporte à la liste des vaporisations à la pression normale, non seulement on est certain d'endosser d'énormes retards, mais on ne l'est pas du tout que l'échelle des relativités soit valable. Aussi ne faut-il prendre que comme indications, et point comme données précises, sauf quant à l'eau, toutes les valeurs numériques mentionnées, ainsi que la simple présomption que, parmi les corps simples, si tant est qu'ils subsistassent à l'état libre, Al, Pb, Sb, Bi, Te, Mg, Zn, Cd, Na, Se, K, As, Hg, S, Ph, I, furent de ceux qui, dans cet ordre, sur le plancher primitif, ruisselèrent avant l'eau, tandis que Br, par exemple, ne put commencer certainement qu'après.

(²) M. Douvillé (*loc. cit.*) a calculé qu'à l'état de vapeur la masse des eaux continentales avait dû représenter une pression d'au moins 300^{atm}. Si l'on y ajoute le poids de toutes les autres substances longtemps restées en suspension, l'on entrevoit des valeurs de plus en plus considérables, à mesure qu'on recule dans le temps.

(³) La vie n'a pu débuter que bien en dessous de 100° et nous sommes encore bien au-dessus de 0°. Ce serait, par rapport à l'ère azoïque de transition, un intervalle dérisoire comme durée, si l'on n'admettait que nous sommes arrivés, grâce à l'apport de la chaleur solaire, à un état d'équilibre mobile, que maintient le rôle isolant de l'air,

un mot ancien) entre les formations réellement *primitives*, *endogènes*, et les sédiments *primaires*, contenant les premiers fossiles? Ces sédiments intermédiaires, ayant emprunté tous leurs éléments détritiques aux terrains primitifs et fourni eux-mêmes les premiers éléments des roches fossilifères, il importe de les distinguer des uns et des autres, soit qu'on les retrouve à l'état natif, avec leur aspect filonien d'infiltrations liquides solidifiées, improprement qualifiées parfois d'émanations surgies d'en bas, soit qu'on les aperçoive à l'état métamorphisé d'éjections granitoïdes, mises au jour par le mécanisme exposé dans une précédente Note [1] et trop souvent prises pour un « magma alcalin ».

La formidable épaisseur reconnue aux terrains archéens, correspondant à la très longue durée de leur formation, fait ressortir d'autant plus la minceur du revêtement épidermique ultérieur, qui, formé d'abord aux dépens du précédent, fut tôt réduit à ne s'alimenter plus guère que de sa propre usure. Et c'est de cette étoffe usée, toute faite de pièces mal rajustées, c'est de ce manteau troué, inégalement jeté sur le corps planétaire, que certaines théories voudraient faire le siège de « déplacements horizontaux, s'exprimant en centaines de kilomètres » par la seule grâce d'une rétraction thermique qui, même sur le plus pur métal, serait loin d'être adéquate à de tels effets! Il est vrai que l'étude à fond de l'un des pays les plus réputés pour ce genre d'effets, celui de Castellane, m'a démontré qu'ils étaient, là, purement subjectifs et que toutes les particularités authentiquement constatables trouvaient une explication largement suffisante dans le mécanisme des *soulèvements* qu'il est *nécessaire* d'envisager *avant* la mise en marche de quelconques mouvements tangentiels. En invoquant pour cause le jeu de piston hydraulique d'un substratum pâteux mis sous pression, je fournissais aux déformations des couches les plus friables le soutien qui leur faisait défaut, et ce n'est pas sans intérêt que j'ai vu dernièrement une réalisation expérimentale de MM. Belot et Gorceix montrer, à défaut d'autre chose, comment les poussées pâteuses, dont la caractéristique notoire est de se transmettre normalement dans *toutes* les directions, deviennent occasionnellement horizontales devant un obstacle vertical. Enfin, en conclusion d'une étude sur la genèse des géosynclinaux, j'ai été amené à découvrir, dans les réactions marginales des découpures flottantes de l'écorce terrestre, une cause naturelle de

---

(1) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 566.

« poussées tangentielles » susceptible d'être substituée rationnellement à la notion instinctive, mais indémontrée, des contractions corticales, comme cause auxiliatrice de la mise sous pression des niveaux plastifiables. Suffira-t-elle jamais pour donner quelque vraisemblance aux gigantesques charriages qu'on voit croître et multiplier partout sans le moindre souci des causalités? C'est ce qu'il sera temps de rechercher lorsqu'il sera certain que les faits allégués, généralement lointains, ont une objectivité plus sûre et un mécanisme mieux établi que ceux de la proche région de Castellane. Pour le moment, il me suffit d'avoir montré comment c'est par une étude, raisonnée en détail, de la formation de l'écorce, étude qui, logiquement, eût dû précéder, qu'a pu être solutionnée finalement celle des déformations, telles que les montre une observation strictement raisonnée des détails superficiels.

CHIMIE AGRICOLE. — *La balance de quelques principes constituants de la betterave à sucre pendant la fabrication du sucre.* Note de M. **Émile Saillard**, présentée par M. L. Maquenne.

Il est intéressant de suivre, pendant la fabrication du sucre, les principes que contient la betterave, d'autant plus que certains de ces principes ont pris, depuis le commencement de la guerre, une valeur marchande très élevée. Le kilogramme d'azote, par exemple, qui avant la guerre se vendait de $1^{fr},25$ à $1^{fr},50$ coûte maintenant environ 6^{fr}. L'augmentation du prix de la potasse est encore plus marquée.

Les résultats qui suivent sont les moyennes de nombreuses analyses que nous avons faites depuis une quinzaine d'années. Ils se rapportent à une vingtaine de fabriques de sucre. Ils peuvent varier avec les années suivant la composition de la betterave, suivant le travail de fabrication, etc.

Ils donnent simplement une image d'ensemble.

En sucrerie, on a comme produits secondaires: les pulpes et les eaux de diffusion, les écumes ou tourteaux de carbonatation, les eaux de condensation et la mélasse.

La matière sèche a été dosée par dessiccation dans l'étuve à 105°-106°; l'azote, la potasse, l'acide phosphorique et le sucre par les méthodes classiques.

Rappelons que, dans une fabrique qui fait du sucre blanc, on obtient environ 4^{kg} de mélasse par 100^{kg} de betteraves.

COMPOSITION MOYENNE DE LA BETTERAVE.

	Pour 100.
Matière sèche	22,3
Sucre	15,6
Azote total	0,22
Potasse	0,28
Soude	0,045
Acide phosphorique	0,10

a. — Balance de la matière sèche.

		kg
Matière sèche apportée par 100kg de betteraves		22,3
Matière sèche sortie par les pulpes et eaux de diffusion	5,6	
» par les tourteaux de carbonatation	1,2	
» par la mélasse	3,0	
» par le sucre blanc	12,4	
Divers et pertes	0,1	
		22,3

b. — Balance de l'azote (1).

		kg
Azote apporté par 100kg de betteraves		0,22
Azote sorti par les pulpes et les eaux de diffusion	0,084	
» par les tourteaux de carbonatation	0,035	
» par la mélasse	0,064	
» par l'ammoniaque dégagée et les eaux de condensation	0,037	
		0,22

c. — Balance de la potasse.

		kg
Potasse apportée par 100kg de betteraves		0,28
Potasse sortie par les pulpes et les eaux de diffusion	0,080	
» par la mélasse	0,200	
		0,28

d. — Balance de la soude.

		kg
Soude apportée par 100kg de betteraves		0,047
Soude sortie par les pulpes et eaux de diffusion	0,014	
» par la mélasse	0,033	
		0,047

(1) Les betteraves contiennent plus d'azote dans les années sèches. Il en est de même des mélasses. (Voir *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 47.)

e. — Balance de l'acide phosphorique.

		kg
Acide phosphorique apporté par 100^{kg} de betteraves		0,10
Acide phosphorique sorti [1] par les pulpes et eaux de diffusion	0,018	
Acide phosphorique sorti par les tourteaux de carbonatation	0,080	
		0,10

Conclusions. — L'azote des pulpes de diffusion, l'azote des tourteaux de carbonatation peuvent faire retour à la terre; mais l'azote qui se dégage à l'état d'ammoniaque pendant le chauffage des jus, sirops et masses cuites qui sont alcalins est perdu dans les eaux de condensation ou du condenseur; or, il représente environ 17 pour 100 de l'azote total de la betterave.

A l'heure actuelle, la presque totalité des mélasses de sucrerie sert à faire de l'alcool et des salins (le reste est employé à faire des fourrages mélassés).

Leur azote, qui représente environ 30 pour 100 de celui de la betterave, est perdu pendant l'incinération des vinasses.

On perd donc, au total, environ 50 pour 100 de l'azote total de la betterave, soit environ 1^{kg} d'azote par tonne de betterave, soit environ 150^{fr} par hectare.

Potasse et soude. — On retrouve la presque totalité de la potasse et de la soude dans la mélasse, puis dans les salins. Cependant, il y a quelques pertes pendant l'incinération des vinasses.

Acide phosphorique. — Il reste, pour la plus grande partie, dans les tourteaux de carbonatation.

Somme toute, à mesure qu'on s'éloigne de la betterave, pour aller vers la mélasse, puis vers les vinasses et salins de betteraves, la quantité d'azote pour 100 de potasse va en diminuant.

Pour 100 de potasse, la betterave contient environ 75 d'azote; la mélasse de sucrerie, 32; la vinasse de distillerie, un peu moins de 32.

On avait proposé autrefois d'absorber avec de l'acide sulfurique l'ammoniaque dégagée par les jus chauffés; au prix actuel de l'azote, l'idée serait maintenant plus intéressante.

Les pertes d'azote, pendant l'incinération des vinasses, méritent également l'attention, surtout aux prix actuels de l'azote.

---

(1) La mélasse ne contient que des traces d'acide phosphorique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Détermination du résidu indigestible* in vitro *par la pancréatine agissant sur le blé ou ses produits de meunerie ou de boulangerie.* Note [1] de **M. L. Devillers**, présentée par M. Yves Delage.

Des recherches entreprises sur l'utilisation alimentaire du blé ont mis en évidence l'imprécision de la notion de la proportion du blé qui échappe à l'assimilation chez l'homme.

Les méthodes chimiques attaquent le blé par des procédés trop différents, par des forces autrement actives que ne le font les sucs digestifs pour qu'on puisse, de leurs résultats, passer à ceux de l'expérimentation physiologique. L'action des alcalis et des acides, habituellement employés, laisse un résidu cellulosique sans rapport pondéral constant avec le résidu rejeté par l'animal nourri du même blé.

Mais, d'autre part, l'expérimentation physiologique est lente et, par suite, impraticable s'il s'agit d'examiner de nombreux produits; il fallait donc trouver une méthode plus rapide qu'elle, mais plus fidèle que l'analyse chimique.

La digestion artificielle se présente naturellement : en effet, ses résultats sont satisfaisants, mais pour être quantitative elle nécessite une technique assez délicate, que l'expérience nous a indiquée et dont nous exposerons le principe ici, les détails du mode opératoire devant être exposés plus longuement dans un autre Recueil.

Ce procédé consiste à faire agir sur le produit à essayer successivement la pancréatine à 55°, puis l'acide chlorhydrique, ce dernier à la concentration du suc gastrique et sans dépasser 40°, et à peser le résidu insoluble. La difficulté qui nous a longtemps arrêté est d'obtenir un résidu parfaitement privé d'amidon. Si l'on fait agir la pancréatine sur la bouillie cuite de farine ou de blé on n'arrive jamais à solubiliser tout l'amidon. On trouve toujours dans le résidu des grains ayant gardé plus ou moins leur forme et leur aptitude à se colorer par l'iode. La cause en est due aux grumeaux mixtes de gluten et d'amidon formés pendant la cuisson de l'empois; l'amidon y est enserré, son hydratation est gênée, incomplète, quelle que soit la durée du séjour à l'ébullition ou au bain-marie, voire même à l'autoclave à 120°. Cet amidon non attaqué par la pancréatine ajoutera indûment son poids à celui du résidu.

---

(1) Séance du 22 avril 1918.

On évite cette cause d'erreur en opérant comme suit :

On digère d'abord le gluten du produit cru; alors seulement on fait l'empois à 120°, on fait agir à nouveau la pancréatine, on termine par une macération dans l'acide chlorhydrique à 1,75 pour 1000, on recueille le résidu et on le pèse.

Nous avons observé que la digestion était plus régulière en opérant en présence de borate de soude et de chlorure de calcium. L'action favorable des sels de calcium est connue, celle du borate de soude s'explique moins, mais en tout cas l'expérience nous a confirmé à plusieurs reprises l'efficacité de cette association.

On opère ainsi :

Produit à digérer cru	5^g
Borate de soude	1^g
Chlorure de calcium cristallisé	$0^g,30$
Pancréatine Defresne	$0^g,025$
Eau distillée	100^{cm^3}

Le tout est mis à digérer à 55° et agité avec le plus grand soin, ce dernier point étant de la plus haute importance pour la constance des résultats. Au bout de 3 heures on porte lentement la température à 70°, puis rapidement à 120° à l'autoclave. On laisse revenir à 55°, on ajoute à nouveau $0^g,025$ de pancréatine et l'on continue la digestion jusqu'à disparition vérifiée au microscope de toute coloration bleue par l'iode. On ajoute assez d'acide chlorhydrique pour obtenir une teneur de cet acide libre de $1^g,75$ pour 1000 dans le liquide tenu au voisinage de 35° à 40° et, après 1 heure de contact, on filtre, on lave le résidu et on le pèse.

On obtient ainsi un résidu dans lequel les cellules à aleurone sont intactes et dont on peut extraire environ :

	Pour 100.
Produit soluble dans l'éther	30
Produits hydrolysables par SO^4H^2 à 2 pour 100 à 110°	4
Cendres	1
Matières azotées	16

Nous avons appliqué cette méthode au blé, au son, à la farine et au pain. Pour ce dernier, ceci pourrait paraître en contradiction avec ce que nous avons dit plus haut de l'impossibilité de digérer un empois mixte de gluten et d'amidon; mais cependant les résultats obtenus en digérant un pain et la

farine qui l'a produit sont suffisamment concordants, ce qui tient sans doute aux modifications subies par le gluten dans la fermentation panaire, et qui le rendent moins cohérent.

Nous résumons ci-après quelques applications de cette méthode à des produits divers.

Résidu non digestible par la pancréatine, rapporté à 100 parties de produit desséché à 105°-110°.

Désignation.	Résidu pour 100.
Blé :	
Australie	8,26
Plata	9,06
Red Winter	10,43
Dark Hard	10,66
Indigène	10,76
Manitoba	11,48
Choice White Karachi	12,11
Indigène	12,86
Son :	
Recoupettes	35,22
Farine :	
Type du ravitaillement : mai 1917 (blé)	4,87
A. Avril 1918 : Paris (blé et succédanés)	8,17
B. » Vincennes »	7,53
Pain :	
Venant de farine A ci-dessus	8,24
Venant de farine B »	7,53

ZOOLOGIE. — *Premiers stades du développement de l'appareil adhésif des* Lepadogaster [1]. Note [2] de M. **Frédéric Guitel**, présentée par M. Yves Delage.

L'appareil adhésif des *Lepadogaster* est constitué par deux ventouses con-

---

[1] Ce travail a été fait avec des matériaux dont le professeur John Schmidt, de Copenhague, a bien voulu me confier l'étude.

[2] Séance du 22 avril 1918.

tiguës : une antérieure (craniale), formée par les deux nageoires ventrales rapprochées et soudées par leurs parties molles dans le plan sagittal, et une postérieure (caudale), constituée par une partie des nageoires pectorales, les deux post-clavicules postérieures qui viennent s'articuler entre elles sur la ligne médiane ventrale.

La ventouse postérieure est rattachée à la région axillaire des nageoires pectorales par les deux post-clavicules antérieures qui donnent naissance aux organes que Goüan a le premier décrit sous le nom de *petites pectorales*.

Les alevins les plus jeunes que j'ai pu étudier mesurent de 4^{mm} à 5^{mm} de longueur totale et n'étaient certainement sortis de l'œuf que depuis un temps très court. Les ébauches des deux nageoires ventrales se présentent là comme deux épaississements mésodermiques situés immédiatement en arrière des rayons les plus ventraux des pectorales, épaississements encore largement séparés l'un de l'autre et fort éloignés de la symphyse claviculaire située en avant d'eux. Leur bord externe, convexe en dehors, est seul nettement limité.

Immédiatement en arrière de ces deux ébauches et en continuité avec elles, se trouvent deux autres massifs cellulaires, moins étendus, moins épais, qui représentent les rudiments des deux moitiés du disque postérieur.

Dans les stades suivants, les ébauches des deux ventrales se présentent comme des lames affectant la forme que présente la coupe médiane d'une poire, qui passe bientôt à celle d'un quadrilatère (parallélogramme ou trapèze) à angles arrondis (*fig.* 1, *v*). Les deux quadrilatères se rapprochent et tendent à s'affronter par leurs petits côtés internes, tandis que les côtés qui viennent immédiatement en arrière laissent libre entre eux un angle presque droit à ouverture caudale. Pendant ce temps les ébauches du disque postérieur (*dp*) s'épaississent et acquièrent une crête courbe de longueur encore très réduite, à convexité externe.

Actuellement (*fig.* 1), les ébauches des ventrales sont séparées par environ $\frac{2}{100}$ de millimètre, tandis que les crêtes qui couronnent les ébauches du disque postérieur sont encore distantes de $\frac{4}{10}$ de millimètre.

Le disque antérieur se ferme le premier et seulement antérieurement par suite de l'accolement dans le plan sagittal des ébauches des deux nageoires ventrales (*fig.* 2, *d*).

Pendant ce temps les crêtes qui couronnent les ébauches du disque postérieur ne cessent de s'allonger (*dp*) et bientôt entrent en continuité par leurs extrémités antérieures. Le disque postérieur se trouve ainsi fermé

antérieurement. Sa fermeture postérieure (caudale) ne se trouve réalisée qu'un peu après l'antérieure, au moins si je m'en rapporte au petit nombre d'alevins qu'il m'a été possible d'examiner. Les larves ont généralement à ce moment 8mm de longueur.

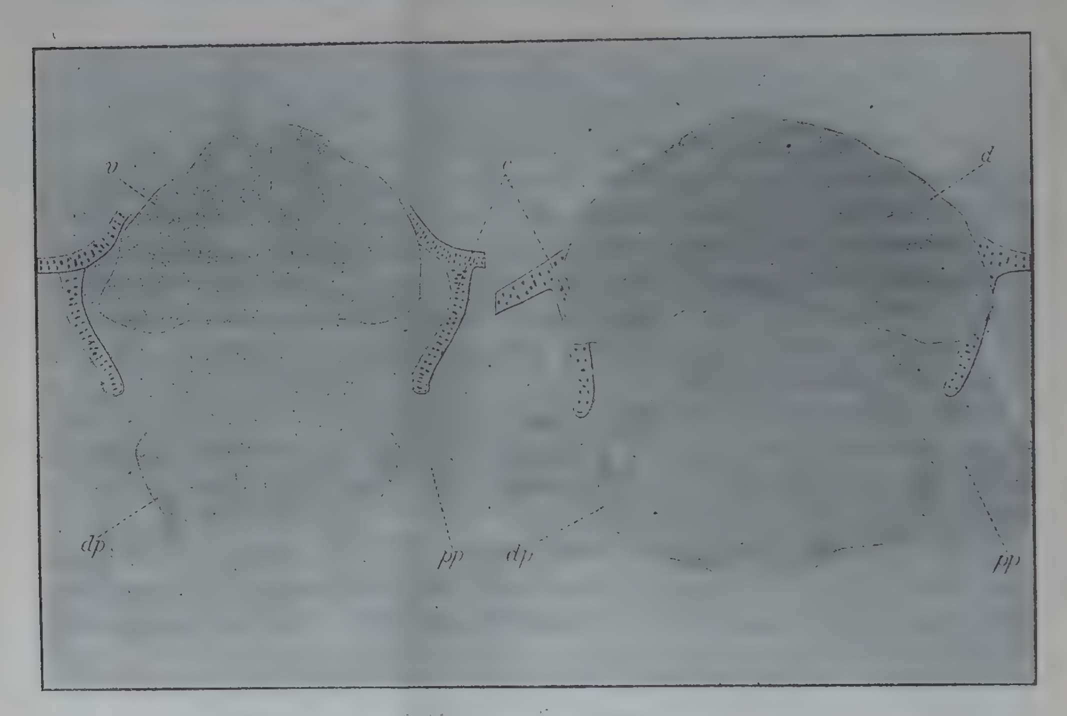


Fig. 1. Fig. 2.

Deux stades du développement de l'appareil adhésif d'un *Lepadogaster* (*L. microcephalus* ou *L. bimaculatus*).

Fig. 1. — Avant la fermeture du disque antérieur chez un alevin de 5mm.
Fig. 2. — Avant la fermeture antérieure du disque postérieur chez un alevin de 7mm.
c, appendice du cartilage coracoïdien; *da*, ébauche du disque antérieur; *dp*, ébauche du disque postérieur; *pp*, ébauches de la petite pectorale; *v*, ébauche de la nageoire ventrale droite. Grossissement : 72 diamètres.

Les petites pectorales (*pp*) apparaissent de très bonne heure comme des épaississements mésodermiques en continuité de substance avec les ébauches symétriques du disque postérieur; elles commencent à s'individualiser dès que ces ébauches acquièrent la crête courbe qui les couronne.

Le squelette des ventrales, représenté par deux cartilages aplatis dorso-

ventralement et renflés antérieurement, se différencie un peu avant l'accolement de ces deux nageoires.

Quant aux post-clavicules, qui soutiennent le disque postérieur et les petites pectorales, elles sont toutes deux d'origine dermique et c'est la pièce soutenant la ventouse postérieure qui apparaît la première, un peu avant la fermeture antérieure de cette ventouse; l'autre (antérieure), destinée à la petite pectorale, la suit de très près.

Les ébauches des quatre rayons articulés des ventrales apparaissent un peu après les cartilages de ces nageoires sous la forme de quatre petits massifs cellulaires atténués en pointe du côté externe (*fig.* 2).

Deux faits intéressants sont mis en évidence par l'étude du développement des disques des *Lepadogaster*.

1° Dans les animaux adultes, les post-clavicules ont perdu le rapport de position et l'articulation qui, chez tous les téléostéens, existe entre ces os et les clavicules principales.

Mais, pendant les premiers stades du développement des membres, un long appendice cartilagineux presque cylindrique, issu de chaque région coracoïdienne et dirigé d'avant en arrière (c), plonge légèrement dans la demi-ébauche correspondante du disque postérieur, établissant ainsi, entre cette dernière et la pectorale, dont dépend le disque, une continuité qui disparaît plus tard en raison de l'arrêt de développement que subit l'appendice cartilagineux en question.

2° Au point de vue morphologique, le fait le plus singulier de l'anatomie de l'appareil adhésif de nos animaux consiste en ce que les post-clavicules, qui soutiennent le disque postérieur, au lieu de se trouver situées sur les côtés du corps au niveau des nageoires pectorales et dorsalement par rapport aux nageoires ventrales, descendent sur la face abdominale de l'animal où elles s'articulent entre elles et avec l'extrémité postérieure des deux os des ventrales, dans le plan sagittal.

Or le développement montre que, malgré ce changement considérable de position, les différentes parties du disque postérieur (ventouse au milieu et petites pectorales sur les côtés) se développent en place, c'est-à-dire exactement dans les points où on les trouve chez l'animal adulte.

PATHOLOGIE GÉNÉRALE. — *Les altérations initiales du foie dans les grands traumatismes.* Note [1] de M. **A. Nanta**, présentée par M. Charles Richet.

La pathogénie du shock traumatique est encore des plus obscures. Sans préjuger de la part que la résorption toxique peut avoir dans la détermination des troubles généraux graves, nerveux, circulatoires et thermiques, qui constituent l'état du shock, il est intéressant de savoir si les organes de défense tels que le foie, soumis, eux aussi, aux troubles circulatoires et nerveux, ne se comportent pas différemment chez les grands traumatisés qui présentent les signes du shock, et chez ceux qui ne les présentent pas.

Or, nous avons pu observer chez des grands blessés, morts rapidement de shock traumatique, des altérations anatomiques notables, qui nous ont conduit à supposer une étroite relation entre le shock et les fonctions du foie.

Nos observations ont porté sur quinze autopsies. Cinq cas ne nous ont pas montré de modifications nettes. Le foie était presque normal : il s'agissait de sujets morts soit d'hémorragie, soit de grand traumatisme cérébral (ce qui exclut pour ainsi dire le vrai shock traumatique) au bout de 4, 7, 8, 25 et 35 heures. Deux autres observations ont été inutilisables par le fait que des lésions hépatiques considérables, antérieures à la blessure, ne permettaient pas de faire un départ entre les altérations anciennes et les récentes.

Restent huit observations qui concernent des sujets morts 14, 21, 23, 24, 26, 40, 44, 48 heures après la blessure, en état de shock, quatre d'entre eux ayant une plaie du foie, et cinq d'entre eux ayant subi une anesthésie au chloroforme.

Les six premiers cas présentent des altérations cellulaires comparables entre elles, quoique plus ou moins marquées, et inégalement réparties : elles sont diffuses en effet, et d'intensité moyenne, dans toute la glande, si celle-ci n'est pas le siège de la blessure; elles sont prédominantes et portées à un très haut degré autour de la plaie, si le foie a été atteint par le projectile, et sont alors aggravées par des lésions inflammatoires banales. Le premier de ces cas montre l'ébauche des diverses modifications suivantes qui n'apparaîtraient donc que vers la quinzième heure.

---

[1] Séance du 15 avril 1918.

La modification la plus apparente consiste en une altération de l'affinité protoplasmique de la cellule hépatique pour les colorants acides et basiques employés en mélange ou par actions successives (May-Giemsa, Dominici). La cellule hépatique fixée tandis qu'elle est encore vivante, ainsi que peut en témoigner sa réaction au rouge neutre, possède un protoplasme finement granuleux et réticulé, dont les travées sont notablement basophiles. Les cellules des travées qui bordent l'espace-porte se colorent plus fortement que celles qui entourent la veine sus-hépatique. Dans les six cas précités l'affinité pour le bleu basique était plus marquée qu'à l'état normal dans les travées périportales; ailleurs elle était diminuée, parfois nulle. Certaines cellules du pourtour de la veine sus-hépatique devenaient en effet franchement éosinophiles, en même temps que le noyau devenait trouble et que le protoplasme se fragmentait. La basophilie anormale, qui est souvent accompagnée de la tuméfaction du noyau, est due à une accumulation de corps basophiles de forme et de taille très variables, formant des enclaves volumineuses, qui tranchent sur le fond du protoplasme faiblement éosinophile. Ces corps se colorent comme les corps de Nissl des cellules nerveuses par le bleu polychrome ou par la pyronine. Certaines cellules, dans une zone intermédiaire, ont un protoplasme nettement acidophile, et quelques corps basophiles : la plupart de ceux-ci ont été apparemment mis en liberté le long des capillaires sanguins. Il semble donc que la cellule devienne acidophile du fait de la condensation, puis de l'expulsion de sa substance basophile. Cette condensation, qui paraît se faire aux dépens des filaments représentant le protoplasme fonctionnel ou supérieur de la cellule, témoignerait d'une activité glandulaire remarquable.

Cette modification s'accompagne d'une surcharge graisseuse qui est considérable et singulièrement répartie : les cellules voisines de l'espace-porte sont pauvres en graisses et en lipoïdes, tandis que les cellules du centre lobulaire sont surchargées de fines gouttelettes et de grosses gouttes, noires ou bistre, après fixation à l'acide osmique. Les régions du lobule hépatique qui accumulent les graisses et les lipoïdes sont donc celles qui sont précisément dépourvues de corps basophiles. Il est à noter que la technique employée pour colorer ces corps basophiles n'a pas pu mettre en évidence le chondriome, dont on connaît le rôle dans la formation des lipoïdes.

On constate, en outre, un peu partout une surcharge pigmentaire énorme : les grains de pigment qui s'accumulent autour des canalicules d'excrétion présentent parfois les réactions du fer, parfois une réaction métachromatique analogue à celle des globules rouges altérés qui sont disposés le long des travées hépatiques dans les capillaires sanguins. La fonction pigmentaire biliaire semble donc conservée.

Certaines de ces modifications, telles que la surcharge graisseuse et la surcharge pigmentaire sont manifestement réactionnelles; pourtant elles atteignent une intensité véritablement pathologique. D'autres au contraire, comme la formation et l'expulsion des corps basophiles, apparaissent comme l'image d'une activité glandulaire poussée à l'extrême, qui aboutit à la désorganisation ou à l'épuisement du protoplasme fonctionnel.

Enfin, dans les deux derniers cas observés, il y avait une dégénérescence aiguë du foie consistant dans un état de tuméfaction claire des travées lobulaires centrales, qui traduisait une altération du protoplasme avec précipitation des matières albuminoïdes, et impliquait, par l'absence de graisse, de pigments, et de toutes granulations, l'abolition des fonctions cellulaires.

La conclusion qu'on peut tirer de ces diverses constatations est que *la cellule hépatique subit des modifications précoces et profondes chez des individus soumis à de grands traumatismes*, dont la mort n'est survenue ni par le fait de l'hémorragie, ni par le fait de l'atteinte pour ainsi dire vitale d'un organe important.

Ainsi dans huit cas de shock suivis de mort dans un délai moyen de 24 heures, nous avons constamment observé des altérations hépatiques étendues et complexes, surtout marquées dans le centre du lobule, autour de la veine sus-hépatique. Peut-être cette lésion est-elle liée à la congestion et à la stase qu'on observe au cours du shock dans le foie comme dans tous les viscères. Peut-être, sous une influence nerveuse ou sous l'influence des toxines autolytiques résorbées dans la plaie, se produit-il une altération du protoplasme glandulaire. En tout cas la lésion implique un trouble fonctionnel qui nous conduit à supposer que le shock se complique rapidement d'insuffisance hépatique.

Quoi qu'il en soit des hypothèses qu'on peut faire sur la cause, immédiate ou médiate, de cette altération, il résulte clairement de nos observations que par le shock traumatique la cellule du foie est très rapidement modifiée dans sa constitution histologique.

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 11 mars 1918.)

Note de MM. *Ch. Lallemand* et *J. Renaud*, Substitution du temps civil au temps astronomique, etc. :

Page 401, ligne 6 en remontant, *au lieu de* près de 20 ans, *lire* plusieurs siècles.